

Dr.sc. Miroslav Jakovljević

**P O B O L J Š A N J E K A K V O Ć E**

(Priručnik za rješavanje problema kakvoće)

Zagreb, 1999.

# K A Z A L O

Strana

U V O D.....	1
<b>1. TEMELJNI POJMOVI O POBOLJŠANJU KAKVOĆE .....</b>	<b>3</b>
1.1. ....PRINCIPI POBOLJŠANJA KAKVOĆE .....	3
1.2. UVJETI ZA POBOLJŠANJE KAKVOĆE .....	3
1.2.1. .Odgovornost posloводства .....	3
1.2.2. Vrijednosti, stavovi, ponašanja .....	4
1.2.3. Ciljevi poboljšanja kakvoće.....	4
1.2.4. Komunikacije i timski rad .....	4
1.2.5. Priznanja za kakvoću.....	5
1.2.6. Izobrazba i uvježbavanje .....	5
1.3. TROŠKOVI KAKVOĆE.....	5
<b>2. UPRAVLJANJE POBOLJŠANJEM KAKVOĆE .....</b>	<b>6</b>
2.1. ORGANIZIRANJE POBOLJŠANJA KAKVOĆE.....	6
2.1.1. Hijerarhijski vrh .....	6
2.1.2. Prosesi na organizacijskoj horizontali .....	7
2.2. PLANIRANJE POBOLJŠANJA KAKVOĆE.....	7
2.3. MJERENJE POBOLJŠANJA KAKVOĆE .....	8
2.4. OCJENJIVANJE AKTIVNOSTI NA POBOLJŠANJU KAKVOĆE.....	9
<b>3. METODOLOGIJA ZA POBOLJŠANJE KAKVOĆE.....</b>	<b>10</b>
3.1. UKLJUČIVANJE CIJELOG PODUZEĆA .....	10
3.2. INICIRANJE PROJEKATA NA POBOLJŠANJU KAKVOĆE .....	10
3.3. ISTRAŽIVANJE MOGUĆIH UZROKA PROBLEMA KAKVOĆE.....	11
3.4. UTVRĐIVANJE UZROČNO-POS LJEDIČNIH ODNOSA .....	11
3.5. PODUZIMANJE PREVENTIVNIH I KOREKTIVNIH RADNJI .....	11
3.6. POTVRĐIVANJE POBOLJŠANJA KAKVOĆE.....	11
3.7. ZADRŽAVANJE OSTVARENE RAZINE KAKVOĆE .....	12
3.8. NASTAVLJANJE POBOLJŠANJA KAKVOĆE .....	12
<b>4. OBRADA NE-NUMERIČKIH PODATAKA .....</b>	<b>13</b>
4.1. OBRAZAC ZA PRIKUPLJANJE PODATAKA.....	13
4.2. ALATI ZA OBRADU NE-NUMERIČKIH PODATAKA.....	13
4.2.1. Dijagram srodnosti (Affinity dijagram) .....	14
4.2.2. Metoda uspoređivanja (Benchmarking) .....	14
4.2.3. Metoda prikupljanja ideja (Brainstorming).....	15

4.2.4.	Dijagram uzroka i posljedica (Ishikawa dijagram) .....	16
4.2.5.	Dijagram tijeka (Flowchart dijagram) .....	17
4.2.6.	Drvoliki dijagram (Tree dijagram).....	18
<b>5.</b>	<b>TEMELJNI POJMOVI IZ STATISTIKE .....</b>	<b>19</b>
5.1.	SREDNJE VRIJEDNOSTI .....	21
5.1.1.	Aritmetička sredina .....	21
5.1.2.	Medijan .....	23
5.1.3.	Mod ili najčešća vrijednost.....	26
5.2.	MJERE DISPERZIJE.....	27
5.2.1.	Raspon varijacije .....	28
5.2.2.	Momenti razdiobe frekvencije .....	28
5.2.3.	Varijanca, standardna devijacija i koeficijent varijacije .....	29
5.2.4.	Standardizirano obilježje.....	31
5.3.	TEORIJSKE RAZDIOBE .....	33
5.3.1.	Vjerojatnosti.....	33
5.3.2.	Normalna (Gaussova) razdioba .....	34
<b>6.</b>	<b>STATISTIČKE TEHNIKE ZA OBRADU NUMERIČKIH PODATAKA .....</b>	<b>37</b>
6.1.	OCJENA SPOSOBNOSTI PROIZVODNOG PROCESA.....	37
6.2.	KONTROLNE KARTE .....	42
6.2.1.	Kontrolna karta $\bar{X}R$ .....	44
6.2.2.	Parametri $C_p$ i $C_{pk}$ za ocjenu procesa .....	51
6.2.3.	Kontrolna karta $\bar{X}R$ .....	54
6.3.	HISTOGRAM.....	59
6.4.	PARETO DIJAGRAM.....	61
6.5.	DIJAGRAM RASIPANJA .....	63
	LITERATURA .....	64

## U V O D

Od tri temeljne zadaće svakog poduzeća: kakvoća, cijena i rok isporuke proizvoda ili usluge, kakvoća ima svakako primarno značenje, jer ista neposredno utječe i na preostale dvije zadaće. Inače, kakvoća je složen pojam, pod kojim se podrazumijeva kakvoća proizvoda i usluga, kakvoća procesa, kakvoća upravljanja, kakvoća življenja, ...

Više je definicija kakvoće, koje nisu međusobno protuznačne, već su više izraz kuta promatranja:

- Kakvoća proizvoda ili usluga je sukladnost sa zahtjevima kupca, sa zahtjevima prihvaćene norme, zakonske regulative, principa zaštite okoliša, ...
- “Kakvoća proizvoda i usluge je njihova podobnost u uporabi.”(J.M.Juran)
- “Kakvoća je stupanj do kojega osobine proizvoda zadovoljavaju očekivanja kupaca ili korisnika, tj. zadovoljavaju njihove efektivne potrebe i subjektivne želje.” (J. van Ettinger, J.Sittig)

Aktivnosti na poboljšanju kakvoće dovode do učinaka, koji se manifestiraju u:

- većem zadovoljstvu kupaca,
- proširenju udjela na tržištu,
- sniženju cijene koštanja proizvoda i usluge,
- povišenju ugleda tvrtke,
- poboljšanju organizacije rada i dokumentacije, odnosno u razvoju tvrtke.

Mnoga poduzeća, danas kod nas, poduzimaju radnje vezane za područje osiguranja kakvoće proizvoda i usluga. To se najviše radi kroz korištenje normi niza ISO 9000, što je u skladu s općim kretanjima u svijetu. Primjena zahtjeva i smjernica iz spomenutih normi pruža velike mogućnosti za početno sređivanje organizacije, sređivanje dokumentacije i discipline rada u procesima. Korist od toga može biti tolika, da pitanje dobivanja certifikata može biti potisnuto u drugi plan.

Izgraditi Sustav kakvoće znači transformirati postojeće stanje **kontroliranja kakvoće** (QC - Quality Control) u **sustav osiguranja kakvoće** (QA - Quality Assurance system), koji dovodi do većeg zadovoljstva kupca, nižih proizvodnih troškova i većeg profita poduzeća.

Sustav osiguranja kakvoće proizvoda i usluga predstavlja suvremeni pristup postizanju optimalne kakvoće, a pretpostavlja **preventivno djelovanje**, uključivanjem svih čimbenika koji utječu na kakvoću. To znači da se prihvaća činjenica, **da je kakvoća proces**, koji se širi kroz sve funkcije i sve zaposlene u poduzeću. Na taj je način omogućeno, da se u sustav normi ISO 9000 ugrađuju sve radnje, koje vode prema **stalnom poboljšanju kakvoće** (CQI - Continuous Quality Improvement), čime se rješavaju nastali i sprječavaju potencijalni problemi.

Stalno poboljšavanje kakvoće, koje se nastavlja i nakon dobivanja certifikata, vodi do tzv. **potpunog upravljanja kakvoćom** (TQM - Total Quality Management).

Metode za rješavanje problema (Problem Solving Methods), koje su sredstvo u radu na poboljšanju kakvoće, razvijale su se kroz dugi niz godina, pa se sada raspolaže saznanjima o njihovoj učinkovitosti. Danas je općenito prihvaćeno, da potpuna primjena metoda **Statističke kontrole procesa** (SPC-Statistical Process Control) vodi do poboljšanja kakvoće.

Godine 1985. tvrtka British Alcan formalno je započela s uvođenjem metoda SPC u svojoj tvornici Lynemouth (Izvor: "Light Metals 1989"). Program je počeo izobrazbom generalnog i svih ostalih menedžera; zatim se proširio na sve upravitelje pogona, ostale inženjere i tehničare iz svih dijelova tvornice. Forma izobrazbe je bila dvodnevni tečaj s temama iz teorije normalne (Gaussove) razdiobe i tehnike rješavanja problema. Krajem prosinca 1985. god. sve su spomenute razine završile izobrazbu. Tada je Tvornica anoda određena za početak primjene SPC metoda. Odabrani su parametri: visina sirovih anoda i temperatura prešanja anoda, a formiran je i tim sa zadatkom smanjenja škarta anodnih sklopova. Svi su djelatni izvršitelji (operatori) iz Sirovih anoda tada prošli izobrazbu o SPC metodama općenito i posebno detaljno o metodi kontrole visine anode: Medijan-raspon kontrolna karta s donjim i gornjim kontrolnim granicama. Tečaj je bio podijeljen u četiri teme po 4 sata, pa je trajao ukupno 16 sati. Primjenom stečenog znanja smanjena je srednja vrijednost rasipanja visine anode od 18 na 13 mm. Ocijenili su, da je time izvršena ušteda od 40.000 £ godišnje. Sličnom obukom (tijekom dodatna 2 sata) i primjenom naučenog na kontrolu temperature prešanja anoda, uspjelo se sniziti srednju vrijednost temperature od 152 na 148 °C, a raspon od 12 na 9 °C. To je donijelo dodatnu uštedu od 20.000 £/god. I konačno, primjenom Pareto dijagrama i "brainstorming" sastanaka, formirani tim je smanjio škart anodnih sklopova s 1,9 na 0,7 % i time uštedio još 60.000 £/god. Dakle, na samom početku primjene SPC-metoda, uštedeno je 120.000 £ godišnje.

\* \* \*

Prva četiri poglavlja ovog priručnika uglavnom preuzimaju sadržaj iz norme ISO 9004-4/1993, gdje su objašnjeni osnovni pojmovi i principi poboljšanja kakvoće, dane upute za upravljanje, te izložena metodologija za realizaciju poboljšanja kakvoće. Nadalje, predložene su tehnike i alati, koji podržavaju napore za rješavanje problema kakvoće.

Poglavlje 5. obrađuje temeljne pojmove iz statistike, što će poslužiti kao podsjetnik onima koji su tu materiju bilo gdje ili bilo kada proučavali, ali i kao obvezatno gradivo za one, koji se s time prvi put susreću. Oni pak, koji su sa statistikom često u kontaktu, mogu to poglavlje preskočiti.

Od posebnog je značaja poglavlje 6., koje tretira statističke tehnike za obradu numeričkih podataka. Tu se na konkretnim primjerima objašnjava mogućnost ocjene sposobnosti procesa, zatim primjena kontrolnih karti, te upotreba Pareto i drugih dijagrama.

Na kraju je dan popis literature, koja je korištena za izradu ovog priručnika.

## 1. TEMELJNI POJMOVI O POBOLJŠANJU KAKVOĆE

### 1.1. PRINCIPI POBOLJŠANJA KAKVOĆE

Principi na kojima se zasnivaju aktivnosti na poboljšanju kakvoće su:

- Kakvoća proizvoda, usluga i drugih IZLAZA (OUTPUTS) je određena **zadovoljstvom kupca** (internog ili eksternog) i proizlazi iz učinkovitosti i stupnja iskorištenja procesa, koji je stvaraju i podržavaju.
- Poboljšanje kakvoće se postiže **poboljšanjem procesa**. Svaka aktivnost ili faza rada u nekom poduzeću sadrži jedan ili više procesa.
- Poboljšanje kakvoće je **kontinuirana aktivnost**, koja ima za cilj veću učinkovitost i veće iskorištenje procesa.
- Naponi za poboljšanje kakvoće se više usmjeravaju prema stalnom **traženju prigoda za poboljšanje**, nego da se čekaju prilike koje će otkriti problem.
- Postupak korigiranja IZLAZA reducira ili eliminira problem koji je nastao. Međutim, preventivne i korektivne radnje zajedno, eliminiraju ili reduciraju uzroke problema, te time eliminiraju ili reduciraju neke buduće pojave problema. Tako **preventivne i korektivne radnje** poboljšavaju procese u poduzeću i ključne su za poboljšanje kakvoće.

### 1.2. UVJETI ZA POBOLJŠANJE KAKVOĆE

#### 1.2.1. Odgovornost posloводства

Odgovornost i vodstvo na stvaranju uvjeta za kontinuirano poboljšanje kakvoće pripada najvišoj razini posloводства. Menedžeri svojim vlastitim djelovanjem i stalnim osiguranjima potrebnih resursa (osobe, uređaji, tehnologija, metodologija), prednjače u stvaranju uvjeta za poboljšanje kakvoće. Oni vode poboljšanje kakvoće isticanjem svrhe i ciljeva, stalnim poboljšanjem vlastitih radnih postupaka, podržavanjem uvjeta za otvorenu komunikaciju, timski rad i poštivanje individualnosti; također i omogućavajući i ohrabrujući svakoga u poduzeću da unaprijedi svoje radne postupke.

### **1.2.2. Vrijednosti, stavovi i ponašanja**

Uvjeti za poboljšanje kakvoće često traže novi pristup vrijednostima, stavovima i ponašanjima, koji teže zadovoljenju kupčevih potreba i postavljanju čak i izazovnijih ciljeva. Vrijednosti, stavovi i ponašanja, koji su bitni za kontinuirano poboljšanje kakvoće, uključuju:

- usredotočenje pažnje na zadovoljenje potreba kako eksternog tako i internog kupca;
- uključivanje u postupke poboljšanja kakvoće cijelog snabdjevačkog lanca, od dobavljača do kupca;
- demonstriranje obveza, prednjačenja i uključenosti posloводства na poboljšanju kakvoće;
- naglašavanje poboljšanja kakvoće kao dio svačijeg posla, bilo kod timskog ili individualnog rada;
- naslovljavanje problema kao procese poboljšanja;
- kontinuirano poboljšanje svih procesa;
- uspostavljanje otvorenog pristupa podacima i informacijama;
- isticanje timskog rada i poštivanje individualnog; te
- donošenje odluka temeljem analize podataka.

### **1.2.3. Ciljevi poboljšanja kakvoće**

Ciljevi poboljšanja kakvoće se utvrđuju za svaki dio tvrtke. Oni se čvrsto povezuju sa svim poslovnim ciljevima i osiguravaju naglasak na povećanje kupčevog zadovoljstva, te na učinkovitost i stupanj iskorištenja postupaka u radu. Ciljevi poboljšanja kakvoće se definiraju tako, da se poboljšanja mogu mjeriti. Ciljevi treba da su razumljivi, izazovni i suvisli. Svi koji rade na tim ciljevima, moraju biti suglasni sa strategijom ostvarivanja istih. Ciljeve poboljšanja kakvoće treba redovito ocjenjivati i u njih ugrađivati promjene kupčevih očekivanja.

### **1.2.4. Komunikacije i timski rad**

Otvorena komunikacija i timski rad uklanjaju organizacijske i osobne zapreke, koje se isprepliću s učinkovitošću, iskorištenjem i kontinuiranim poboljšanjem procesa rada. Otvorena komunikacija i timski rad treba da se protežu kroz cijeli dobavljački lanac, uključivši dobavljače i kupce. Takav pristup traži povjerenje, koje je bitno, da bi svatko bio uključen u otkrivanje i praćenje mogućnosti za poboljšanje kakvoće.

### **1.2.5. Priznanja za kakvoću**

Dodjela priznanja ohrabruje i potiče radnje, koje imaju odraza na vrijednosti, stavove i ponašanja u vezi s kakvoćom, a koji su navedeni u točki 1.2.2. ovog poglavlja.

Dodjela priznanja ističe razvoj i rast pojedinaca i uvažava čimbenike, koji utječu na karakteristike individualnog rada, kao što su uvjeti rada i organiziranost, te okoliš. Nadalje, priznanja treba da naglase i vrijednosti timskog rada, jer grupna priznanja ohrabruju i potiču ostvarenje čestih i neformalnih povratnih vrijednosti. Dodjela vrijednih nagrada treba da bude dio sustava izražavanja priznanja, koja će onemogućiti postojanje unutarnje destruktivne konkurencije.

### **1.2.6. Izobrazba i uvježbavanje**

Stalna izobrazba i uvježbavanje su važni i potrebni svakome. Programi izobrazbe i uvježbavanja su značajni za održavanje i razvoj uvjeta za poboljšanje kakvoće. Svaki član poduzeća, uključujući i najviše razine posloводства, treba biti obrazovan i uvježban za područje osnova i prakse ostvarivanja kakvoće, te za primjenu odgovarajućih metoda, alata i tehnika za poboljšanje kakvoće.

Svi programi za izobrazbu i uvježbavanje moraju biti usklađeni s osnovnim principima i praksom kakvoće. Učinkovitost izobrazbe i uvježbavanja treba biti redovito provjeravana. Uvježbavanje koje nije povezano s primjenom je rijetko učinkovito.

## **1.3. TROŠKOVI KAKVOĆE**

Prigode da se smanje troškovi kakvoće omogućavaju napore za poboljšanje kakvoće. Treba naći vezu između troškova kakvoće i procesa, koji su do tih troškova doveli. Pritom je važno barem procijeniti one troškove kakvoće koje je teško izmjeriti, kao što su gubitak kupčeve dobre volje, te potpuni pad korištenja ljudskog potencijala. Poduzeća mogu smanjiti troškove kakvoće korištenjem svake prigode za poboljšanje kakvoće.



## **2. UPRAVLJANJE POBOLJŠANJEM KAKVOĆE**

Premda će primjena bilo koje od tehnika za poboljšanje kakvoće dati izvjestan porast poboljšanja, njihov puni potencijal će se moći iskoristiti samo ako se one primjenjuju i koordiniraju unutar strukturiranog sustava. To zahtjeva organiziranje, planiranje i mjerenje poboljšanja kakvoće, kao i ocjenjivanje svih aktivnosti na poboljšanju kakvoće.

### **2.1. ORGANIZIRANJE POBOLJŠANJA KAKVOĆE**

Učinkoviti način organiziranja poboljšanja kakvoće uzima u obzir mogućnosti poboljšanja kakvoće, koje proistječu kako iz vertikalne organizacijske hijerarhije, tako i iz horizontalnog prostiranja procesa, koji se odvijaju unutar organizacijskih granica. Pri organiziranju poboljšanja kakvoće, moraju biti obuhvaćeni načini i sredstva za:

- ostvarenje politike, strategije i viših ciljeva poboljšanja kakvoće;
- ostvarenje objedinjenog vođenja, podrške i široke koordinacije aktivnosti, koje se provode u poduzeću za poboljšanje kakvoće;
- utvrđivanje potreba za poboljšanje kakvoće kod svih funkcija, te osiguranje resursa za njihovo praćenje;
- praćenje ciljeva poboljšanja kakvoće pomoću aktivnosti tima s direktnim odgovornostima i ovlaštenjima;
- poticanje svakog člana poduzeća, da slijedi aktivnosti za poboljšanje kakvoće, koje se odnose na njegov rad, kao i za koordinaciju tih aktivnosti; te za
- ocjenjivanje i provjeravanje ostvarivanja napretka u aktivnosti na poboljšanju kakvoće.

#### **2.1.1. Hijerarhijski vrh**

Unutar organizacijskog vrha, odgovornosti za poboljšanje kakvoće uključuju:

- aktivnosti posloводства, kao što su definiranje zadaća poduzeća, strateško planiranje, pojašnjavanje uloga i odgovornosti, stjecanje i raspodjela resursa, osiguranje izobrazbe i uvježbavanja, te davanje priznanja;

- utvrđivanje i planiranje stalnog poboljšavanja rada proizvodnih procesa u poduzeću;
- utvrđivanje i planiranje stalnog poboljšavanja rada administrativnih funkcija u poduzeću;
- mjerenje smanjenja troškova kakvoće i traganje za tim smanjenjima; te
- razvijanje i održavanje uvjeta, koji ovlašćuju i čine odgovornima sve zaposlenike u poduzeću za kontinuirano poboljšanje kakvoće.

### **2.1.2. Procesi na organizacijskoj horizontali**

Unutar svih procesa, koji se odvijaju u cijelom poduzeću, odgovornosti za poboljšanje kakvoće uključuju:

- definiranje i usuglašavanje o svrsi svakog procesa i njegovoj povezanosti sa zadaćama poduzeća;
- utvrđivanje i održavanje veza između pogona, službi i sektora;
- utvrđivanje internih i eksternih kupaca proizvoda iz svakog procesa, te utvrđivanje njihovih potreba i očekivanja;
- prevođenje kupčevih potreba i očekivanja u specifične kupčeve zahtjeve;
- utvrđivanje dobavljača za proces i obavještanje istih o kupčevim potrebama i očekivanjima; te
- traženje mogućnosti za poboljšanje procesa, osiguranje resursa za poboljšanja, te nadziranje primjene ovih poboljšanja.

## **2.2. PLANIRANJE POBOLJŠANJA KAKVOĆE**

Ciljevi i planovi za poboljšanje kakvoće su dio ukupnih poslovnih planova poduzeća.

Poslovodstvo poduzeća treba donijet ciljeve poboljšanja kakvoće u najširem smislu, koji će uključiti i reduciranje troškova kakvoće. Planovi trebaju biti izrađeni u okviru poslovnog planskog ciklusa, kako bi se osiguralo strateško vođenje i upravljanje za izvršenje postavljenih ciljeva poboljšanja kakvoće i ostvarenje politike kakvoće. Ovi planovi treba da obrađuju najvažnije troškove kakvoće i da obuhvate sve funkcije i sve razine u poduzeću.

Izrada planova poboljšanja kakvoće treba da uključi svakog u poduzeću, zajedno s njihovim dobavljačima i kupcima. Uključivanje svakoga uvelike povećava izgleda za poboljšanja.

Planovi poboljšanja kakvoće se često ostvaruju kroz niz specifičnih aktivnosti i projekata za poboljšanje kakvoće. Poslovodstvo mora brinuti za nadzor i kontrolu izvođenja takvih aktivnosti, kako bi se osiguralo njihovo povezivanje u opće ciljeve i poslovne planove poduzeća.

Planovi za poboljšanje kakvoće se pretežno usredotočuju na novoutvrđene mogućnosti za poboljšanja i na područja na kojima se ostvarivao nedostatan napredak. Podaci za proces planiranja dolaze od svih razina poduzeća, od ocjenjivanja dobivenih rezultata, od kupaca i od dobavljača.

### 2.3. MJERENJE POBOLJŠANJA KAKVOĆE

Poduzeće treba razviti sustav mjerenja koji pristaje prirodi njegovih radnih operacija. Sustav objektivnih mjerenja treba biti uspostavljen za identificiranje i dijagnosticiranje mogućnosti poboljšanja i za mjerenja rezultata aktivnosti na poboljšanju kakvoće. Dobro uspostavljen sustav uključuje pojedinačna mjerenja, mjerenja na razini cijelog pogona/službe/sektora, mjerenja cijele funkcije, te mjerenja za ukupne razine poduzeća.

Mjerenja treba da se izvode u odnosu na troškove kakvoće povezane sa zadovoljstvom kupca, učinkovitostima procesa i s troškovima poduzeća vezanim uz šire društvene učinke:

- a) Mjerenja troškova kakvoće, koji su u vezi s **kupčevim zadovoljstvom**, mogu se temeljiti na informacijama iz pregleda aktualnih i budućih kupaca, pregleda konkurentskih proizvoda i usluga, iz zapisa o svojstvima proizvoda ili usluga, promjena prihoda, rutinskih inspekcija vlastitih servisnih službi, informacija iz službe prodaje, te na informacijama o kupčevim pritužbama i reklamacijama.
- b) Mjerenja troškova kakvoće povezanim s **učinkovitosti procesa** mogu se temeljiti na korištenju rada, kapitala i materijala; na proizvodnji, sortiranju, korigiranju ili odbacivanju nesukladnih proizvoda; na dotjerivanju procesa, zastojeima u radu, trajanju proizvodnog ciklusa, svojstvima kod isporuke, nepotrebno opširnoj tehničkoj dokumentaciji, veličini zaliha, te na statističkim mjerenjima kapaciteta i stabilnosti procesa.
- c) Mjerenja troškova kakvoće vezanih za **šire društvene učinke** mogu se temeljiti na nedovoljnom korištenju ljudskog potencijala (iz pregleda o zadovoljstvu zaposlenika), štetama uzrokovanim onečišćenjem okoliša i odlaganjem otpada, te iscrpljenjem ionako skromnih resursa.

Pojava **varijabilnosti** je uobičajena kod svih mjerenja. Trendove koji se pritom iščitavaju, treba statistički obraditi.

Mjerenje i praćenje trendova koji odvlače od temeljnih vrijednosti ranijih performansi, je važno; posebice, kako bi se uspostavili zadani ciljevi i dobile njihove numeričke vrijednosti. Mjerenje naglašava otkrivanje problema temeljem činjenica.

O mjerenjima treba sačinjavati izvještaje, koji se dostavljaju i ocjenjuju kao sastavni dio obračunavanja i kontrole rada u poduzeću od strane posloводства. Pojedinci i poduzeća uključeni u proces poboljšanja kakvoće, trebaju biti informirani o njihovom napredovanju u rokovima, koji su značajni i mjerljivi iz njihove perspektive.

### 2.4. OCJENJIVANJE AKTIVNOSTI NA POBOLJŠANJU KAKVOĆE

Posloводство treba da redovno obavlja ocjenjivanja aktivnosti na poboljšanju kakvoće, kako bi se osiguralo:

- da organizacija poboljšanja kakvoće funkcionira učinkovito;
- da su planovi za poboljšanje kakvoće adekvatni i da se provode;
- da su mjerenja poboljšanja kakvoće podesna i adekvatna, te da pokazuju zadovoljavajući napredak; i
- da se rezultati ocjenjivanja ugrađuju u sljedeći planski ciklus.

Primjerene akcije treba poduzimati čim se utvrde bilo kakva odstupanja od prednjih stavova.

### 3. METODOLOGIJA ZA POBOLJŠANJE KAKVOĆE

Koristi od poboljšanja kakvoće stalno će se povećavati kada poduzeće projekte i aktivnosti poboljšanja kakvoće provodi disciplinirano, kroz niz usklađenih koraka, temeljenih na prikupljanju i analizi podataka.

#### 3.1. UKLJUČIVANJE CIJELOG PODUZEĆA

Kada je poduzeće dobro motivirano i dobro upravljano za poboljšanje kakvoće, u njemu će se stalno poduzimati brojne aktivnosti i projekti za poboljšanje kakvoće, različite složenosti, koje će primjenjivati svi zaposleni i sve razine u poduzeću. Projekti i aktivnosti za poboljšanje kakvoće moraju biti normalni dio svačijeg rada, bilo da je riječ o raznim funkcijama ili o timu posloводства, ili pak da se radi o poslovima, koji će se izabrati i izvršavati od pojedinaca ili timova.

Aktivnosti ili projekti za poboljšanje kakvoće obično počinju s prepoznavanjem prilika za poboljšanje. To se prepoznavanje može temeljiti na mjerenjima troškova kakvoće i/ili na mjerodavnim usporedbama s poduzećima, vodećim na određenom području. Jednom definiran, projekt ili aktivnost na poboljšanju kakvoće napreduje kroz niz koraka, a završava primjenom preventivnih ili korektivnih radnji, poduzetih u procesu sa ciljem postizanja i održanja nove, poboljšane razine njegovih karakteristika. Nakon završetka jednog projekta ili aktivnosti na poboljšanju kakvoće, odabiru se i izvršavaju novi projekti ili aktivnosti na poboljšanju kakvoće.

#### 3.2. INICIRANJE PROJEKATA NA POBOLJŠANJU KAKVOĆE

Svi zaposlenici u poduzeću su uključeni na iniciranje projekata ili aktivnosti za poboljšanje kakvoće. Potreba, svrha i značaj projekata i aktivnosti za poboljšanje kakvoće trebaju biti jasno definirani i pokazani. Definiranje mora uključiti odgovarajuće prethodno iskustvo i povijest, povezano s troškovima kakvoće i aktualnim stanjem, te ako je moguće, sve to iskazati u specifičnim numeričkim izrazima. Pojedinaac ili tim moraju biti **određeni** za projekt ili aktivnost. Potrebno je utvrditi terminski plan i osigurati odgovarajuće resurse. Treba osigurati periodično ocjenjivanje svrhe, terminskog plana, resursa i napretka.

### **3.3. ISTRAŽIVANJE MOGUĆIH UZROKA PROBLEMA KAKVOĆE**

Svrha istraživanja mogućih uzroka problema kakvoće je povećanje razumijevanja prirode procesa, koji će se poboljšati prikupljanjem, provjerom i analizom podataka. Prikupljanje podataka mora se uvijek izvoditi u skladu s brižljivo sačinjenim planom. Važno je da se istraživanje mogućih uzroka provodi s najvećom objektivnošću, bez prethodnih uvjerenja o uzrocima, ili o preventivnim ili korektivnim radnjama koje bi bile potrebne. Zaključci i odluke se donose na temelju činjenica.

### **3.4. UTVRĐIVANJE UZROČNO-POS LJEDIČNIH ODNOSA**

Podaci se analiziraju da bi se ostvario uvid u prirodu procesa kojeg treba poboljšati, te da bi se formulirao mogući uzročno-posljedični odnos. To je bitno kako bi se odvojila slučajnost od uzročno-posljedičnog odnosa. Odnos koji se pojavi s visokim stupnjem usklađenosti s podacima, treba da bude testiran i potvrđen na temelju novih podataka, koji će se prikupiti prema brižljivo načinjenom planu.

### **3.5. PODUZIMANJE PREVENTIVNIH ILI KOREKTIVNIH RADNJI**

Nakon što je utvrđen uzročno-posljedični odnos, treba ponuditi i ocijeniti različite prijedloge za preventivne ili korektivne radnje usmjerene na uzroke. Prednosti i mane svakog prijedloga treba da budu ispitane od zaposlenika u poduzeću, koji će biti uključeni u njihovu provedbu. Uspješnost provedbe zavisi od kooperativnosti svih uključenih.

Poboljšanja kakvoće se postižu poduzimanjem preventivnih ili korektivnih radnji u procesu, kako bi se došlo do prihvatljivijih IZLAZA i/ili reducirala učestalost pojave nezadovoljavajućih IZLAZA. Ostajući samo na korigiranju IZLAZA iz procesa, kao što su popravlanje, prerada ili sortiranje, troškovi kakvoće se obnavljaju.

### **3.6. POTVRĐIVANJE POBOLJŠANJA KAKVOĆE**

Nakon što se provedu preventivne i korektivne radnje, treba prikupljati i analizirati odgovarajuće podatke, kako bi se dokazalo da je postignuto poboljšanje kakvoće. Podaci za potvrdu moraju biti prikupljeni po istim principima i postupcima, kako je to učinjeno s podacima, pomoću kojih je istraživano i utvrđen uzročno-posljedični odnos. Potrebno je također izvršiti istraživanja i sporednih efekata (nuspojava), željenih ili nepoželjnih, koji se eventualno pojave.

Ako se, nakon poduzetih preventivnih i korektivnih radnji, neželjeni rezultati nastave da pojavljuju s otprilike istom učestalošću kao i ranije, bit će neophodno redefinirati projekt ili aktivnosti za poboljšanje kakvoće, započinjući ponovno sve iz početka.

### **3.7. ZADRŽAVANJE OSTVARENE RAZINE KAKVOĆE**

Nakon što je poboljšanje kakvoće potvrđeno, potrebno je isto i zadržati. To obično pretpostavlja promjene specifikacija i/ili operativnih ili administrativnih procedura i prakse; pretpostavlja potrebnu izobrazbu i uvježbavanje, te osiguranje da će navedene promjene postati sastavni dio sadržaja rada svakoga, na koga se iste odnose. Zatim je potrebno, da se poboljšani proces kontrolira na višoj razini performansi.

### **3.8. NASTAVLJANJE POBOLJŠANJA KAKVOĆE**

Ako je ostvareno željeno poboljšanje kakvoće, novi projekti ili aktivnosti za poboljšanje kakvoće trebaju se izabrati i primijeniti. Budući da je dodatno poboljšanje kakvoće uvijek moguće, već izvršeni projekt ili aktivnost za poboljšanje kakvoće može se ponoviti, ali na temelju novih ciljeva. Uputno je da se postave prioritete, te da se odrede granična vremena za svaki projekt ili aktivnost za poboljšanje kakvoće. Granična vremena ne bi smjela kočiti niti ograničavati stvarne aktivnosti na poboljšanju kakvoće.

Za kontinuirano poboljšavanje kakvoće koristi se pristup rješavanja problema postupkom E.DEMINGA s tzv. PDCA-ciklusom, koji podrazumijeva Plan-Do-Check-Act, odnosno

- Planiranje (definiranje problema, upoznavanje problema, analiza uzroka)
- Rad (provesti preventivne radnje, provesti korektivne radnje)
- Provjera (provjera učinkovitosti preventivnih i korektivnih radnji)
- Djelovanje (dokumentirati izvršene promjene, planirati daljnje poboljšanje)

## 4. OBRADA NE-NUMERIČKIH PODATAKA

Odluke temeljene na analizama stanja i podataka, imaju glavnu ulogu u projektima i aktivnostima za poboljšanje kakvoće. Uspješnost tih projekata i aktivnosti se povećava primjenom alata i tehnika, razvijenih za te namjene.

### 4.1. OBRAZAC ZA PRIKUPLJANJE PODATAKA

Obrazac za prikupljanje podataka je prvi alat, koji susrećemo kod svih tehnika, jer je neophodan za prikupljanje bilo numeričkih bilo nenumeričkih podataka, sa ciljem sistematiziranja istih kako bi se dobila jasna slika činjenica.

Obrazac za prikupljanje podataka je tabela (predložak) u koju se upisuju podaci na usklađeni način, koji olakšava njihovu analizu. Postupak za izradu obrasca je sljedeći:

- a) Utvrditi specifičnu namjenu prikupljanja podataka, tj. postaviti pitanja koja se nameću.
- b) Identificirati tražene podatke, da bi se ostvarila svrha, odnosno dobili odgovori na postavljena pitanja.
- c) Odrediti kako će se podaci analizirati, s kojom statističkom tehnikom, te tko će to izvesti.
- d) Konstruirati obrazac za upis podataka. U njemu osigurati prostor i za upis informacija o tome
  - tko je prikupio podatke, te
  - gdje, kada i kako su podaci prikupljeni.
- e) Obrazac prethodno testirati prikupljanjem i upisom nekih podataka.
- f) Ocijeniti i eventualno revidirati obrazac.

### 4.2. ALATI ZA OBRADU NE-NUMERIČKIH PODATAKA

Neke odluke za poboljšanje kakvoće mogu biti temeljene na ne-numeričkim podacima. Takvi podaci igraju važnu ulogu u marketingu, istraživanjima i razvoju, te kod donošenja poslovdstvenih odluka. Zato treba koristiti odgovarajuće alate, da bi se ti ne-numerički podaci transformirali u korisne informacije potrebne za donošenje odluka.



#### 4.2.1. Dijagram srodnosti (Affinity diagram)

Dijagram srodnosti (Affinity diagram) služi, da bi se izvelo grupiranje velikog broja ideja, mišljenja ili drugog prema posebnim naslovima, temama ili sl. temeljem prirodnog odnosa, koji postoji među elementima za analizu. Ovaj je dijagram namijenjen, da stimulira kreativnost i potpunu uključenost kod problema. On najbolje funkcionira kad se izvodi u grupnom radu, uz najviše osam članova, koji su inače navikli da rade zajedno. Dijagram srodnosti se često koristi za sređivanje ideja nastalih primjenom BRAINSTORMING alata (o njemu kasnije).

Postupak za izradu dijagrama srodnosti je sljedeći:

- a) Navesti široko-obuhvatni naslov problema, koji će se prostudirati, jer bi uskoznačni naslov mogao prejudicirati odgovor.
- b) Zapisati što je moguće više individualnih ideja, mišljenja ili drugog o navedenom naslovu; i to samo jedno po svakoj kartici.
- c) Izmiješati kartice i tako izmiješane rasprostrijeti ih po širokom stolu.
- d) Grupirati kartice na sljedeći način:
  - izabrati kartice, koje se čine da spadaju u neke grupe;
  - ograničiti broj kartica po grupi na deset, ne formirajući grupe s po jednom karticom;
  - izraditi na posebnim karticama zaglavlja, koja po svom smislu obuhvaćaju značenje svake grupe;
  - staviti kartice sa zaglavljima na vrh svake grupe.
- e) Prenijeti informacije s kartica na papir, organizirajući grupiranje.

#### 4.2.2. Metoda uspoređivanja (Benchmarking)

Metoda uspoređivanja (Benchmarking) se upotrebljava, da bi se usporedio neki proces s onima koji su u svijetu poznati kao vodeći, kako bi se time identificirale mogućnosti za poboljšanje kakvoće. Uspoređuju se zapravo procesi i karakteristike proizvoda, te usluge. Uspoređivanje omogućava identifikaciju ciljeva i utvrđivanje prioriteta za pripremu planova, koji će dovesti do konkurentskih prednosti na tržištu. Postupak za primjenu ove metode je sljedeći:

- a) Odrediti stavke koje će se uspoređivati:
  - stavke trebaju biti ključne karakteristike procesa i njihovih IZLAZA;
  - IZLAZI procesa koji se uspoređuju moraju biti u izravnom odnosu s kupčevim potrebama.
- b) Odrediti u odnosu na koga će se uspoređivanje vršiti:

- tipično je odrediti izravno konkurentska poduzeća i/ili poduzeća koja ne predstavljaju izravnu konkurenciju, ali su priznata kao vodeća po stavkama, koje su predmet uspoređivanja.

c) Prikupljanje podataka:

- podaci o karakteristikama procesa i kupčevim potrebama mogu se dobiti izravnim kontaktom, putem raznih izvješća, intervjua, osobnih i poslovnih kontakata, te tehničkih časopisa.

d) Sređivanje i analiza podataka:

- analiza se usmjerava prema utvrđivanju najboljih praktičnih ciljeva za stavku, koja je predmet uspoređivanja.

e) Izvođenje uspoređivanja:

- identificirati mogućnosti za poboljšanje kakvoće na temelju kupčevih potreba i performansi, koje se ostvaruju kod konkurentskih i nekonkurentskih poduzeća.

#### 4.2.3. Metoda prikupljanja ideja (Brainstorming)

Metoda prikupljanja ideja (Brainstorming) se upotrebljava za identificiranje mogućih rješenja problema i potencijalnih prilika za poboljšanje kakvoće. To je tehnika kojom se izvlače kreativna mišljenja okupljenog tima, da bi se generirala (sačinila) i pojasnila lista ideja, problema ili pojava. Procedura za izvođenje ove metode uključuje dvije faze:

a) Faza generiranja

Voditelj tima (5-7 članova) objašnjava upute i ciljeve sastanka za prikupljanja ideja, a zatim članovi tima generiraju niz ideja, kojih treba da bude što više.

b) Faza razjašnjavanja

Isti tim ocjenjuje generirane ideje na način da se osigura da svaki član tima razumije svaku ideju. Ovo se ocjenjivanje ideja obavlja 2-3 dana nakon završenog sastanka za generiranje ideja.

Smjernice za izvođenje metode generiranja i ocjenjivanja ideja (Brainstorming) uključuju sljedeće postupke:

- izbor voditelja;
- jasno se izlaže svrha sastanka;
- svaki član tima dobiva u prvom krugu priliku da iznese jednu ideju;
- u ovoj fazi, ideje se ne kritiziraju, niti se o njima raspravlja;

- ideje se zapisuju na mjesta kako bi ih mogao vidjeti svaki član tima;
- ovaj se proces nastavlja drugim, trećim, ... krugom, - sve dok ne presahnu ideje, kojih treba da bude što više;
- Sve generirane ideje se nakon 2-3 dana ocjenjuju i razjašnjavaju.

#### 4.2.4. Dijagram uzroka i posljedica (Ishikawa diagram)

Dijagram uzroka i posljedica, kojega još zovu i "Ishikawa"- dijagram, "Riblja kost"-dijagram i 4M1E-metoda, se upotrebljava, da bi se:

- analizirao odnos između uzroka i posljedica i
- da bi se olakšalo istraživanje korijena uzroka.

Dijagram uzroka i posljedica je alat, koji se upotrebljava za promišljanje i izražavanje odnosa između poznate posljedice (tj. varijacije u karakteristikama kakvoće) i njenih mogućih uzroka. Mnogi potencijalni uzroci se grupiraju u kategorije različitih razina tako da grafički prikaz izgleda kao riblji skelet. Otuda i naziv "Riblja kost"-dijagram.

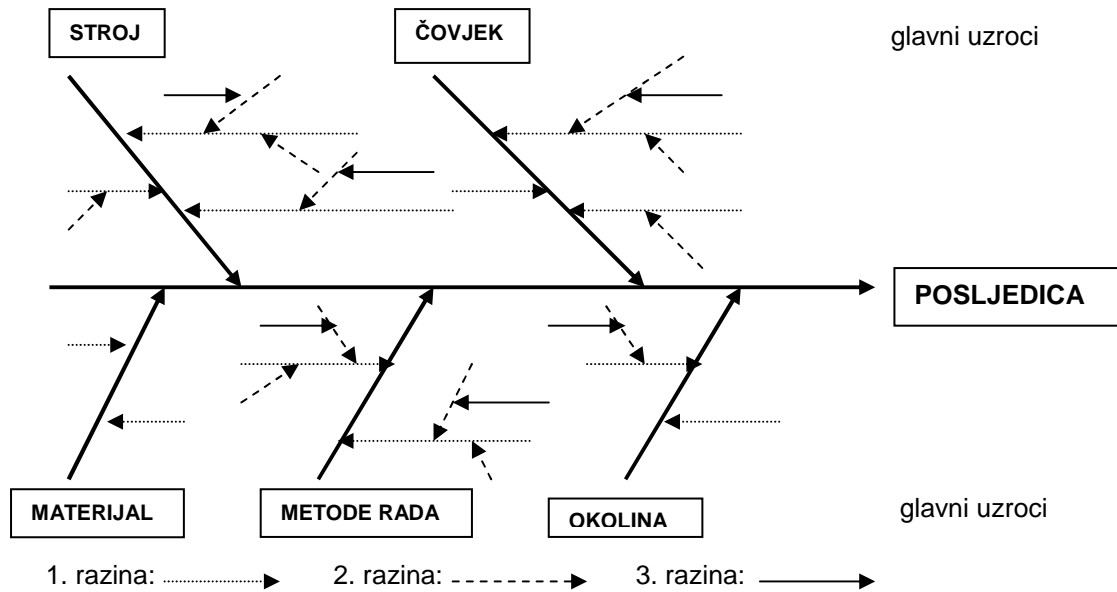
Na svaku posljedicu utječu 4-5 glavnih uzroka, kao i veći broj manjih. U većini slučajeva glavni uzroci su: stroj (Machine), čovjek (Man), materijal (Material), metode (Methods) i okolina (Environment). Na temelju prvih slova navedenih engleskih riječi, proizlazi i ranije spomenuta kratica 4M1E.

Za neke slučajeve glavne grupe uzroka mogu biti i: postupci, politike, pogoni, proizvod, podaci, ...

Izrada ovog dijagrama pretpostavlja sljedeću proceduru:

- a) Definirati posljedicu jasno i koncizno.
- b) Definirati moguće glavne uzroke.
- c) Započeti konstrukciju dijagrama definiranjem posljedice i mogućih glavnih uzroka, te unošenjem istih u dijagram, kao glavnih grana, koje "hrane" deblo do POSLJEDICE (Sl.4.1.).
- d) Razviti dijagram promišljajući i unoseći u njega sve sljedeće razine mogućih uzroka, kao ogranke definiranih glavnih uzroka (grana). Dobro razvijen dijagram nema manje od dvije razine, a najčešće ima tri ili više razina. Razvijenost dijagrama pokazuje i stupanj poznavanja teme od strane tima koji ga razvija.
- e) Odabrati i identificirati mali broj (3-5) uzroka najviše razine, za koje se čini da imaju najveći utjecaj na posljedicu i da traže daljnju akciju, kao što su prikupljanje podataka, posebne kontrole itd.

Ishikawa dijagram se izrađuje timskim radom, ali ga može izraditi i pojedinac, koji dobro poznaje proces i problem koji se obrađuje.



Sl.4.1. Primjer za konstruiranje Ishikawa dijagrama

#### 4.2.5. Dijagram tijeka (Flowchart)

Dijagram tijeka (Flowchart) se koristi, da se

- opiše postojeći proces, ili da se
- projektira novi proces.

Dijagram tijeka je slikoviti prikaz koraka u procesu, koji su korisni kod istraživanja prilika za poboljšanja, jer omogućavaju detaljno razumijevanje stvarnog funkcioniranja procesa. Ispitivanjem kako se različiti koraci u procesu odnose jedni na druge, moguće je često otkriti potencijalne izvore problema. Dijagrami tijeka mogu se primijeniti na sve aspekte bilo kojeg procesa, od toka (bilance) materijala i energije, pa sve do faze prodaje proizvoda i njegovog eventualnog poslijeprodajnog servisa.

Dijagram tijeka se konstruira s lako prepoznatljivim simbolima, a ta konstrukcija pretpostavlja sljedeće procedure:

- Identificirati početak i kraj procesa.
- Sagledati kompletan proces, od početka do kraja.
- Definirati korake u procesu (aktivnosti, odluke, ulaze, izlaze).
- Izraditi skicu dijagrama, da se predstavi proces.
- Ocijeniti skicu dijagrama s osobama uključenima u proces.
- Poboljšati dijagram na temelju ovog ocjenjivanja.
- Provjeriti dijagram u odnosu na aktualni proces.
- Datirati dijagram radi buduće reference i upotrebe.

#### 4.2.6. Drvoliki dijagram (Tree diagram)

Drvoliki dijagram (Tree diagram) se upotrebljava, da bi se pokazao odnos između nekog predmeta (naslova) i njegovih sastavnih elemenata. Ideje generirane brainstorming-metodom i nacrtane ili razdijeljene prema affinity-dijagramu, mogu se prenijeti u drvoliki dijagram, kako bi se pokazale logičke i sekvencijalne veze. Ovaj se alat koristi kod organiziranja, planiranja i rješavanja problema. Njegova izrada uključuje sljedeće procedure:

- Jasno i jednostavno izložiti predmet, kojeg treba studirati.
- Definirati više kategorije (sklopove) predmeta (naslova) (npr. upotrebom kartica sa zaglavljima kod affinity- dijagrama).
- Konstruirati dijagram naznačivši predmet u kućicu na lijevoj strani. Razgranati više kategorije (sklopove) bočno u desno (Sl.4.2.).
- Za svaku višu kategoriju definirati sastavne elemente i sub-elemente.
- Bočno u desno razgranati sastavne elemente i sub-elemente za svaku višu kategoriju.
- Ocijeniti dijagram, da se osigura od propusta bilo u sekvencama, bilo u logici.

PREDMET (NASLOV)	VIŠE KATEGORIJE (SKLOPOVI)	ELEMENTI	SUB-ELEMENTI	
		Početak serije	Pretvarač za mjerenje napona Pretvarač za mjerenje jakosti struje	
		Ćelija	Voltmetar Komandni ormarić	
			Programabilni automat	
		Generalna konfiguracija	Grupa ćelija Tipkovnica Monitor	
			Računalo Upravljački pult Monitor Printeri	
	Automatika ćelija			
			Automati	Regulacija međupolnog razmaka Tretman nestabilnosti Obaranje anodnih efekata Regulacija tijekom lijevanja
			Funkcije	
			Centralno računalo	Kontrola rada automata Bilance Statistika Izdanja

Sl.4.2. Primjer drvolikog dijagrama za prikaz automatike ćelija

## 5. TEMELJNI POJMOVI IZ STATISTIKE

Kad god je to moguće, nužno je sve odluke donositi na temelju numeričkih podataka. A one odluke, koje se odnose na razlike, trendove i promjene u numeričkim podacima, moraju biti donijete samo na temelju strogih statističkih interpretacija.

Statistika je znanost o metodama za istraživanje masovnih pojava s pomoću numeričkog izražavanja. Te masovne pojave su statistička masa, koja predstavlja skup manje ili više istovrsnih, ali varijabilnih elemenata. Zato se statistička masa naziva još i statistički skup. Statistički skup upoznajemo pomoću statističke metode tako da promatramo obilježja (svojstva) elemenata skupa, da grupiramo elemente, tj. da statistički skup raščlanimo, te tako dobivene dijelove skupa međusobno uspoređujemo prema sličnosti i razlikama. Na temelju takvog postupka, a primjenom odgovarajućih statističkih parametara, mogu se otkriti i utvrditi zakonitosti, te pravilnosti u sastavu i kretanju statističkog skupa.

Za svaki element statističkog skupa mogu se prikupljati podaci o jednom ili o više njegovih obilježja, već prema tome, koja nas obilježja zanimaju. Napomenimo, da se sva obilježja mogu podijeliti na:

- a) **nominalna**, koja označuju svojstvo, atribut elementa izražen riječima (vrsta proizvoda, spol, kvalifikacija,...),
- b) **redoslijedna** (obilježja ranga)
- c) **numerička**, koja se izražavaju brojevima (površina stana, broj zaposlenih, visina osobnog dohotka,...) i
- d) **vremenska**, koja izražavaju trenutak s kojim je element skupa povezan (kada je zasnovan radni odnos, kada se dogodila nezgoda,...).

U statističkoj analizi pojava sve uzroke varijacija dijelimo na dvije skupine: na **slučajne** uzroke i na **značajne** uzroke.

**Slučajni uzroci** su propratno svojstvo određenog procesa; obično ih je mnogo i različitog su i promjenljivog intenziteta djelovanja. Mogu se otkloniti jedino bitnim zahvatima u procesu.

Obilježja koja variraju pod djelovanjem slučajnih uzroka tvore homogene skupove, za koje vrijede zakoni matematičke statistike. Za njih se mogu izračunati granice slučajnih rasipanja određenih parametara. Rasipanje podataka unutar tih granica, odnosno zbog djelovanja slučajnih uzroka, je **prirodno rasipanje** procesa. Za takve procese kažemo, da su **statistički stabilni**. Ako su podaci osim toga i unutar postavljenih granica tolerancije ili zahtjeva, onda kažemo, da su to procesi **pod kontrolom**.

**Značajni uzroci** se usmjereno pojavljuju kao sistematska pogreška, rjeđi su i nisu svojstveni promatranom procesu. Svako odstupanje izvan granica prirodnog rasipanja procesa je indikacija pojave značajnog uzroka, koji treba istražiti i nastojati otkloniti. To je bit statističkog praćenja procesa, kojemu je osnovni cilj ustanoviti granice prirodnog rasipanja i pratiti pojavljivanje značajnih uzroka u procesu.

Prema svojstvu obilježja elemenata, statističke skupove dijelimo na:

- kontinuirane i
- diskontinuirane.

Kontinuirani su oni skupovi, kod kojih promatrano obilježje, odnosno karakteristika kakvoće, može poprimiti bilo koju vrijednost unutar nekog intervala. To je slučaj kada kakvoću ocjenjujemo pomoću nekog instrumenta s mjernom skalom. Tada kažemo da kakvoću ocjenjujemo pomoću **mjerenih veličina**.

Diskontinuirani su pak oni skupovi, kod kojih obilježja njihovih elemenata, odnosno karakteristike kakvoće, poprimaju diskontinuiran niz vrijednosti. To je slučaj kada se kakvoća ocjenjuje principom **dobar - loš**, odnosno kada se ustanovljava broj loših komada u uzorku, ili broj defekata na proizvodu. Tada kažemo da kakvoću ocjenjujemo pomoću **atributivnih ocjena**.

S obzirom na navedenu podjelu kod ocjenjivanja kakvoće, sve se statističke metode dijele na dvije skupine:

- metode za ocjenu i praćenje kakvoće pomoću **mjerenih veličina**, te
- metode za ocjenu i praćenje kakvoće pomoću **atributivnih ocjena**.

Podaci dobiveni pomoću mjerenih veličina najčešće u praksi pokazuju njihovo gomilanje oko neke srednje vrijednosti, te sve rjeđu njihovu pojavu što smo dalje od te sredine. Empiričke razdiobe učestalosti podataka često pokazuju tendencije, koje upućuju na normalnu, Gaussovu razdiobu, pa ona u tim slučajevima predstavlja teorijsku osnovu statističkih metoda u praksi.

Empiričke razdiobe pak, koje rezultiraju iz atributivne ocjene kakvoće, samo će pri određenim okolnostima pokazati tendencije, koje upućuju na normalnu razdiobu. One uglavnom prema teorijskoj osnovi pripadaju hipergeometrijskoj, binomnoj ili Poissonovoj razdiobi.

Činjenica je, da rezultati praćenja varijacija i kod mjerenih veličina i kod atributivnih ocjena, pokazuju tendencije nekih zakonitosti. Izuzetna prednost matematičke statistike je baš u tome, što oblici razdiobi vrlo različitih procesa i pojava slijede zakone relativno malog broja teorijskih razdiobi.

## 5.1. SREDNJE VRIJEDNOSTI

Ako su statistički nizovi, koje smo podvrgli proučavanju, sastavljeni od malog broja elemenata, analiza neće biti teška. No, što je veći broj članova niza, to je teže shvatiti količinske odnose vrijednosti obilježja tih članova. Pri velikom broju članova niza nameće se potreba, da se umjesto velikog broja članova jednog niza, uzme samo jedan jedini izraz, koji će karakterizirati varijacije obilježja članova niza. Nećemo npr., uspoređivati osobne dohotke dvaju ili više poduzeća pomoću razdiobe svih zaposlenih, jer bi takva usporedba bila dosta zamorna, već ćemo za svako poduzeće izračunati prosječne vrijednosti osobnih dohodaka, pa će takva usporedba biti mnogo jednostavnija. **Srednja ili prosječna vrijednost je izraz kojim se karakterizira niz različitih brojeva.** Sa srednjom vrijednosti zamjenjuju se individualne vrijednosti jednog obilježja, koje varira. Srednja vrijednost može se objektivno utvrditi na više načina. Prema tome, postoji više vrsta srednjih vrijednosti, od kojih svaka ima određena svojstva i sasvim određen sadržaj.

### 5.1.1. Aritmetička sredina

U statističkoj analizi se aritmetička sredina najčešće izračunava za vrijednosti  $(X_1, X_2, \dots, X_N)$  numeričkog obilježja, pa se u tom slučaju polazi od zbroja vrijednosti numeričkog obilježja, koji se zove **total**, i koji se raspodjeljuje na svaki element skupa:

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + \dots + X_i + \dots + X_N}{N} \quad (5.1.),$$

$$\text{odnosno kraće} \quad \bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{i=N} X_i}{N} \quad (5.2.).$$

U prednjim relacijama  $N$  označava broj različitih vrijednosti obilježja  $X_i$ , a  $\bar{X}$  aritmetičku sredinu, koja se uvijek izgovara, kao prosječna vrijednost nečega (površine stana, broja radnika u smjeni, napona na ćelijama itd.).

Aritmetička sredina se upotrebljava u praksi najviše zbog njezinih posebnih svojstava, koje nema ni jedna druga veličina. Ona je veličina, koja među vrijednostima, iz kojih se izračunava, ima takav srednji položaj, da se zbroj odstupanja pojedinih vrijednosti od te aritmetičke sredine, prema gore i prema dolje, potpuno poklapa. To se izražava drugim riječima, da je algebarski zbroj odstupanja vrijednosti od aritmetičke sredine jednak nuli, tj.

$$\sum (X_i - \bar{X}) = 0 \quad (5.3.).$$

Nijedna druga veličina nema to svojstvo.

Drugo je svojstvo aritmetičke sredine, da zbroj kvadrata odstupanja pojedinih vrijednosti od aritmetičke sredine, daje najmanju moguću sumu. To se svojstvo općenito označuje kao:



$$\sum (X_i - \bar{X})^2 = \text{minimumu.} \quad (5.4.)$$

Ako su poznate aritmetičke sredine dijelova nekog statističkog skupa, onda se aritmetička sredina cijelog skupa može izračunati najjednostavnije pomoću tih aritmetičkih sredina dijelova statističkog skupa:

$$\bar{X} = \frac{\sum \bar{X}_i N_i}{N} \quad (5.5.),$$

gdje su:

$\bar{X}$  = aritmetička sredina aritmetičkih sredina,  
 $N_1, N_2, N_3, N_4, \dots, N_i, \dots$  = broj elemenata u svakom dijelu skupa

### Primjer:

Prema podacima iz Tabele 5.1., izračunati po zaposlenom u poduzeću, prosječni mjesečni broj dana provedenih na bolovanju.

Tabela 5.1.

Broj dana bolovanja	Broj zaposlenika	Ukupan broj dana bolovanja	Relativne frekvencije		1x5	1x3
$X_i$	$f_i$	$f_i \cdot X_i$	$P_i$	$P_i \cdot X_i$	$P_i \cdot X_i^2$	$f_i \cdot X_i^2$
1	2	3	4	5	6	7
1	78	78	0,32911	0,32911	0,32911	78
2	99	198	0,41772	0,83544	1,67088	396
3	38	144	0,16034	0,48102	1,44306	342
4	15	60	0,06329	0,25316	1,01264	240
5	7	35	0,02954	0,14770	0,73850	175
Ukupno	237	485	1,00000	2,04643	5,19419	1231

U ovom primjeru statistički skup čine zaposlenici poduzeća (kolona 2), koji su grupirani prema diskontinuiranom numeričkom obilježju ( $X_i$ ), tj. prema broju dana provedenim na bolovanju (kolona 1). U svaku grupu uvršteni su zaposlenici, koji imaju istu vrijednost ( $f_i$ ) tog obilježja, odnosno dana na bolovanju. Polazna veličina za izračunavanje aritmetičke sredine u ovom je primjeru ukupan broj dana na bolovanju. Svaku vrijednost obilježja ( $X_i$ ) treba pomnožiti odgovarajućim ponderom, tj. frekvencijom ( $f_i$ ), pa se dobije kolona 3. Zbroj tih produkata daje polaznu veličinu, odnosno total, koji se zatim podijeli ukupnim brojem zaposlenih, pa se dobiva tražena aritmetička sredina:  $\bar{X} = 485/237 = 2,0464$  dana bolovanja po svakom zaposlenom.

U koloni 4 navedene su relativne frekvencije ( $P_i$ ), koje se dobiju tako da se ukupan broj zaposlenih od 237 "reducira" na brojku 1. To se radi tako da se svaki ponder, tj. svaka grupa zaposlenih ( $f_i$ ) podijeli sa sumom pondera, tj. s brojem 237 ukupno zaposlenih. Zato je suma vrijednosti u koloni 4 jednaka 1,00000. Sada je formula aritmetičke sredine jednostavnija:

$$\bar{X} = \sum P_i X_i, \quad \sum P_i = 1 \quad (5.6.).$$

Suma kolone 5 također daje traženu ponderiranu aritmetičku sredinu. Ta se mogućnost izračunavanja ponderiranu aritmetičke sredine, uzimajući za pondere relativne frekvencije, mnogo primjenjuje u praksi. Naime, za takvo izračunavanje ponderirane aritmetičke sredine, dovoljno je znati samo odnose važnosti pojedinih vrijednosti obilježja. To omogućava da se ponderirana aritmetička sredina izračuna i kad nisu poznate točne vrijednosti frekvencija (pondera) iz kolone 2, ali ipak postoji mogućnost, da se približno procjene njihovi odnosi. Ponderirana aritmetička sredina uvijek se po brojčanoj vrijednosti približava onoj vrijednosti numeričkog obilježja, koja ima najveći ponder, tj. ona koja ima najveću važnost. Promatranjem razdiobe možemo približno ocijeniti kojoj će se vrijednosti približiti aritmetička sredina.

### 5.1.2. Medijan

Ako su elementi statističkog skupa poredani po veličini prema nekom redosljednom i numeričkom obilježju, razumljivo je da se kao karakteristika obilježja odabere ona njegova vrijednost, koja se nalazi u sredini tako poredanih vrijednosti.

Medijan je srednja vrijednost redosljednog ili numeričkog obilježja, koja elemente osnovnog skupa dijeli u dva jednaka dijela tako da se u jednom dijelu nalaze elementi, koji imaju vrijednost obilježja jednaku ili manju od medijana, a u drugom se dijelu nalaze elementi, koji imaju vrijednost obilježja jednaku ili veću od medijana. Dakle, vrijednost medijana određena je njegovim položajem u nizu.

Ako je broj elemenata neparan, tj. ako je  $N = (2k+1)$ , onda je  $(k+1)$  vrijednost medijana. Ako je pak broj elemenata paran, tj.  $N=2k$ , tada svi iznosi između  $(k)$  i  $(k+1)$  odgovaraju definiciji medijana, ali se kao medijan uzima polusuma tih dviju vrijednosti.

U izračunavanju aritmetičke sredine sudjeluje svaka jedinica sa svojom brojčanom vrijednosti obilježja. U određivanju medijana svaka vrijednost sudjeluje samo na osnovi svojeg položaja u nizu. Sve vrijednosti manje od medijana mogu postati po volji još manje, a veće još veće. Medijan se zbog tih promjena neće mijenjati. Iz toga se vidi, da je medijan mnogo manje osjetljiva srednja vrijednost, nego što je to aritmetička sredina. To ima prednosti, jer **na vrijednost medijana ne utječu ekstremno velike ni ekstremno male vrijednosti obilježja.**

Na analogan način se određuje medijan kad su elementi grupirani prema redosljednom obilježju.

## Primjer 1:

Tabela 5.2.

ŠKOLSKA SPREMA	RANG	B R O J Z A P O S L E N I H			K U M U L A T I V N O		
		Tvrtka 1	Tvrtka 2	Tvrtka 3	Tvrtka 1	Tvrtka 2	Tvrtka 3
1	2	3	4	5	6	7	8
Bez škole	1	14	20	68	14	20	68
4 raz. osn. škole	2	26	356	264	40	376	332
Osmogodišnja	3	81	116	186	121	492	518
Srednja	4	361	18	366	482	510	884
Viša	5	29	5	40	511	515	924
Visoka	6	51	9	61	562	524	985
UKUPNO	-	562	524	985	-	-	-

U Tabeli 5.2. zaposleni su **grupirani prema redosljednom obilježju** školske sprema. U koloni 2 navedeni su brojevi kojima je određen rang ili redosljed grupa navedenih u koloni 1. Budući da su elementi grupirani u nizu prema redosljednom obilježju uvijek poredani po veličini, to ih za određivanje medijana ne treba prethodno svrstati po veličini, već se može upotrijebiti originalna razdioba. Medijan se na temelju grupiranih elemenata najjednostavnije utvrđuje s pomoću kumulativnog izraza. U kolonama 6, 7 i 8 nalaze se kumulativni nizovi razdioba iz kolona 3, 4 i 5.

Najprije ćemo utvrditi medijan za poduzeće 1 (Tvrtka 1), a zatim na isti način i za poduzeće 2 i poduzeće 3. Ukupan broj za poduzeće 1 je 562 zaposlenika. Od tog broja sada treba utvrditi polovicu:  $N/2 = 562/2 = 281$ . Iza toga treba utvrditi koji rang prema školskoj sprema ima taj 281. po redu. Polazimo od vrha kumulativnog niza za poduzeće 1. U prva tri ranga obuhvaćen je 121 zaposlenik. Prvi u rangu 4 je 122. zaposlenik, a zadnji u tom rangu je 482. zaposlenik. Prema tome, naš 281. koji je u polovici ukupnog niza ima "rang 4" školske sprema i nalazi među onih 361 s "rangom 4". Time je utvrđen medijan školske sprema zaposlenih u poduzeću 1:  $M = 4$ . Analognim razmatranjem utvrdit ćemo za poduzeća 2 i 3, da im medijani iznose redom  $M=2$  i  $M=3$ .

Za srednju vrijednost redosljednog obilježja **ne može se upotrijebiti aritmetička sredina, već se mora uzeti medijan.**

## Primjer 2:

Na isti se način utvrđuje medijan i za razdiobu numeričkog obilježja (vidi Tabelu 5.1.), kad je grupiranje izvršeno prema diskontinuiranom numeričkom obilježju (broju dana na bolovanju). Na taj su način grupirani zaposlenici u spomenutoj tabeli. Ukupno je bilo 237 zaposlenih, pa je prema tome srednji bio 119. zaposlenik. On spada u grupu od 99 zaposlenika s dva dana provedena na bolovanju, jer ako bi se računao kumulativni niz, vidjelo bi se, da u tu grupu spadaju zaposlenici od 79. do 178. Prema tome, tu je medijan  $M=2$  dana.

Zaključujemo: polovica od svih uposlenih provelo je na bolovanju dva dana ili jedan dan, a druga je polovica provela na bolovanju dva ili više dana.

### Primjer 3:

U Tabeli 5.3. prikazan je statistički skup ćelija elektrolize prema numeričkom kontinuiranom obilježju kiselosti kupke (%). Za grupiranje elemenata (ćelija) tog skupa formirano je 11 razreda, od kojih su prvi i zadnji otvoreni. Razredi nisu jednakih veličina, što je inače i najčešći slučaj. Zato se tijekom rasporeda elemenata skupa prema tom obilježju ne može pratiti pomoću originalnih frekvencija ( $f$ ), pa ih se treba korigirati. Frekvencije se korigiraju tako, da se jedan od razreda označi kao "jedinični", a sve veličine ostalih razreda podijele se veličinom "jediničnog" razreda. Tako dobivenim brojem (kolona 3a) tada se dijeli svaka originalna frekvencija (kolona 2), pa je tako u razmatranoj tabeli dobivena kolona 4 ( $f_{kor}$ ), jer je kao "jedinični" razred odabran razred vrijednosti 0,5. Frekvencije se mogu korigirati i tako da se svaka frekvencija podijeli veličinom razreda kojem pripada.

Tabela 5.3.

Kiselost kupke (%)	Broj ćelija	Veličina razreda (%)		Korigirane frekvencije (2/3a)	KUMULATIVNO	
		i	3a		manje od	više od
1	f	3	3a	$f_{kor}$	5	6
0,0-0,5	4	0,5	1	4	4	509
0,5-1,0	3	0,5	1	3	7	505
1-2	10	1	2	5	17	502
2-3	8	1	2	4	25	492
3-4	41	1	2	20,5	66	484
4-5	61	1	2	30,5	127	443
5-6	88	1	2	44	215	382
6-8	116	2	4	29	331	294
8-10	110	2	4	27,5	441	178
10-12	55	2	4	13,75	496	68
12-	13	3	6	2,167	509	13
UKUPNO	509	-	-	-	-	-

Ćelija ima ukupno 509. Polovica od toga je  $N/2 = 254,5$ . Taj ćemo broj potražiti u kumulativnom nizu kolone 5 i naći da se nalazi u osmom razredu među 116 ćelija, koje imaju kiselost kupke 6-8 %. Tako znamo, da je medijan veći od 6. Da bismo doznali koliko je veći od 6, treba izračunati koja je po redu 255. ćelija u medijalnom razredu među onih 116 ćelija. Promatrajući kumulativni niz, vidimo da ima 215 ćelija s kiselošću manjom ili jednakom 6 %. Možemo izračunati, da je 255-ta ćelija 40-ta u svom razredu (6-8 %) od 116 ćelija, jer je  $254,5 - 215 = 39,5$ . Ako pođemo od toga da su elementi u razredu jednakomjerno raspoređeni, to ćemo dio veličine razreda koji pripada tom dijelu frekvencije odrediti pomoću razmjera:

$$116 : 39,5 = 2 : x$$

iz kojeg slijedi:  $x = 79/116 = 0,681$ . Dobiveni rezultat kazuje da 255-ta ćelija ima kiselost  $6+0,681\%$ , odnosno da je prema tome vrijednost medijana  $M = 6,681\%$ . To znači, da od svih ćelija, polovica ima kiselost manju od  $6,68\%$ , a polovica ih je s kiselošću iznad  $6,68\%$ . U ovom slučaju je medijan sadržajni od aritmetičke sredine, koja iznosi  $6,92\%$ . Razlika između vrijednosti medijana i aritmetičke sredine u ovom slučaju i nije velika, jer je razdioba ćelija u promatranom primjeru dosta simetrična. Inače, kada se radi o jako asimetričnim razdiobama, medijan je bolji reprezentant obilježja nego aritmetička sredina, jer je manje osjetljiv na ekstremne vrijednosti obilježja.

Ako s  $L_1$  označimo donju granicu medijalnog razreda, sa  $\Sigma f_1$  zbroj svih frekvencija odozgo prema dolje, sve do medijalnog razreda, ne uključujući frekvenciju medijalnog razreda, sa  $f_{med}$  frekvenciju medijalnog razreda, a sa "i" veličinu medijalnog razreda, tada medijan možemo naći pomoću formule:

$$M = L_1 + \left( \frac{\frac{N}{2} - \Sigma f_1}{f_{med}} \right) \cdot i \quad (5.7.)$$

U ovom slučaju imamo:  $M = 6 + \frac{254,5 - 215}{116} \cdot 2 = 6,681$

Analogno bi se mogao izračunati medijan i po formuli:

$$M = L_2 - \left( \frac{\frac{N}{2} - \Sigma f_2}{f_{med}} \right) \cdot i \quad (5.8.),$$

gdje  $L_2$  označava gornju granicu medijalnog razreda,  $f_2$  označava frekvencije u kumulativnom nizu odozdo prema gore (kolona 6), sve do medijalnog razreda, ne uključujući frekvencija tog razreda.

U ovom slučaju imamo:  $M = 8 - \frac{254,5 - 178}{116} \cdot 2 = 6,681$

### 5.1.3. Mod ili najčešća vrijednost

Mod je vrijednost redosljednog ili numeričkog obilježja, koja se pojavljuje kod najvećeg broja elemenata statističkog skupa. Mod se prema tome određuje ili izračunava samo za elemente statističkog skupa, koji su grupirani u razdiobu frekvencije. Mod je ona vrijednost obilježja oko koje se elementi statističkog skupa najgušće gomilaju. U formalnom smislu mod dijeli razdiobu na lijevu stranu, koja raste, i desnu stranu, koja pada.

Postoje različiti postupci za određivanje moda. U postupku koji je najjednostavniji, mod se određuje pomoću razreda, koji ima najveću frekvenciju (modalni razred) i dvaju susjednih razreda, po jednoga sa svake strane modalnog razreda. Ako se radi o razdiobi koja ima razrede različitih veličina, treba najprije izvršiti korekciju frekvencija, pa tek onda utvrditi razred s najvećom korigiranom frekvencijom i taj uzeti kao modalni.

Na temelju izračunavanja slijedi definicija: **Mod ili najčešća vrijednost je ona vrijednost obilježja koja je s obzirom na svoje susjedne vrijednosti najčešća.**

Ako su elementi statističkog skupa grupirani prema redosljednom obilježju, mod se utvrđuje veoma jednostavno. Ako pogledamo razdiobe u kolonama 3, 4 i 5 iz Primjera 1 (Tabela 5.2.) u poglavlju 5.1.2., opazit ćemo da kod tvrtki 1 i 3 najveću frekvenciju ima rang 4, tj. srednja škola, a kod tvrtke 2 najveću frekvenciju ima rang 2, tj. 4 razreda osnovne škole. No, isto tako možemo ustanoviti, da treća razdioba ima još jedan mod, doduše manje frekventan od prvog, ali s obzirom na susjedne vrijednosti ipak više frekventan. To je rang 2, tj. niža osnovna škola. Takve distribucije s dva moda zovu se **bimodalne**.

Na isti se način utvrđuje mod ako su elementi statističkog skupa grupirani prema diskontinuiranom numeričkom obilježju, a razredi su veličine "1". Međutim, ako su kod takvog skupa razredi veći od "1", ili ako su grupirani prema kontinuiranom obilježju, onda se može odrediti samo razred, koji ima najveću frekvenciju, pa vrijednost moda treba tražiti u tom razredu.

U simetričnoj razdiobi mod ima istu vrijednost kao aritmetička sredina i medijan. Mod, kao srednja vrijednost, ima nedostataka u odnosu prema drugim srednjim vrijednostima. Može se izračunati samo ako su elementi statističkog skupa grupirani. Budući da se razredi mogu formirati na razne načine, to i mod u istoj masi može poprimiti različite vrijednosti. Nadalje, postoji neizvjesnost kad je razdioba bimodalna.

## 5.2. MJERE DISPERZIJE

Srednja je vrijednost karakteristika svih vrijednosti numeričkog obilježja koje variraju od elementa do elementa u jednom statističkom skupu. Srednjom vrijednosti zamjenjuje se svaka individualna vrijednost obilježja, pa prema tome, srednja vrijednost predstavlja svaku individualnu vrijednost obilježja, kao i skup svih vrijednosti obilježja. Srednja će vrijednost to uspješnije zamijeniti neku individualnu vrijednost obilježja, ili je predstavljati, što se više ta individualna vrijednost približava vrijednosti sredine, ili drugim riječima, što manje ta individualna vrijednost odstupa od srednje vrijednosti.

Srednja vrijednost nije dovoljna karakteristika razdiobe frekvencija, jer dva ili više nizova mogu imati istu srednju vrijednost, a da se ipak međusobno veoma razlikuju. Razdiobe frekvencija iste vrste mogu se razlikovati i po tome što

vrijednosti numeričkog obilježja njihovih elemenata pokazuju različiti raspon i različitu raspršenost. Tu raspršenost vrijednosti nazivamo **disperzijom**.

Sljedeća tri niza:

Niz 1	Niz 2	Niz 3
3.500	100	100
3.600	500	3.900
3.750	1.000	3.950
4.000	4.000	4.000
4.500	6.500	4.050
5.000	8.000	4.100
5.750	10.000	10.000

međusobno su veoma različita, premda imaju istu aritmetičku sredinu (4.300) i isti medijan (4.000). Vrijednosti drugog i trećeg niza mnogo su više raspršene nego članovi prvog niza.

Osim srednje vrijednosti postoji potreba i za drugom karakteristikom razdiobe frekvencija, koja će izražavati stupanj varijabilnosti vrijednosti obilježja. Ta karakteristika se zove **mjera disperzije**. Disperzija se može mjeriti raznim mjerama.

### 5.2.1. Raspon varijacije

Grubu informaciju o veličini disperzije daje razlika između najveće i najmanje vrijednosti numeričkog obilježja. Ta se mjera varijacije zove **raspon varijacije**, a predstavljena je izrazom:

$$R = X_{\max} - X_{\min} \quad (5.9.).$$

Raspon varijacije za prvi niz iznosi  $5.750 - 3.500 = 2.250$ , a za ostala dva niza:  $10.000 - 100 = 9.900$ . Na primjeru nizova 2 i 3 vidi se, da raspon varijacije može biti jednak za **različite nizove**. Nadalje, veličina raspona varijacije može biti rezultat neke slučajne ekstremno velike ili male vrijednosti. Raspon varijacije svakako je interesantna informacija, ali nije uvijek dovoljna.

### 5.2.2. Momenti razdiobe frekvencija

Kao mjerilo disperzije mogu poslužiti odstupanja vrijednosti obilježja od njihove aritmetičke sredine. Koliko ima elemenata toliko se može izračunati i odstupanja, a to podrazumijeva veoma mnogo računanja. Zbog toga se kao pokazatelj disperzije uzima aritmetička sredina odstupanja, koja se naziva moment oko sredine.

**Moment oko sredine je aritmetička sredina odstupanja vrijednosti obilježja od aritmetičke sredine tog obilježja podignutih na neku potenciju.**

Ako su odstupanja podignuta na nultu potenciju, onda je to **nulti** moment oko sredine; ako su odstupanja podignuta na prvu potenciju, onda je to **prvi** moment oko sredine; ako su podignuta na drugu potenciju, onda je to **drugi** moment oko sredine, itd. Te momente oko sredine označujemo malim grčkim slovom  $\mu$  ( $\mu_i$ ).

Nulti i prvi moment oko sredine ne mogu se upotrijebiti za bilo koju mjeru u statističkoj analizi, jer su im vrijednosti uvijek jednaki jedan, odnosno nula.

Drugi moment oko sredine glasi:

$$\mu_2 = \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{N} = \sigma^2 \quad (5.10.).$$

U izrazu (5.10.) sva će odstupanja biti pozitivni brojevi. Što će ta odstupanja biti veća, to će i njihov zbroj biti veći, pa će i drugi moment oko sredine biti također veći, i obratno: što će ta odstupanja biti manja, to će i njihov zbroj u brojniku izraza (5.10.) biti manji, pa će i drugi moment oko sredine biti manji. Zato drugi moment može biti mjera disperzije. To i jest priznata mjera disperzije u statističkoj analizi, a zove se **varijanca**, koja se označava malim grčkim slovom sigma na kvadrat ( $\sigma^2$ ).

### 5.2.3. Varijanca, standardna devijacija i koeficijent varijacije

Varijancu smo već spomenuli. **Varijanca je aritmetička sredina kvadrata odstupanja vrijednosti numeričkog obilježja od njihove aritmetičke sredine.**

Kada su vrijednosti numeričkog obilježja dane individualno za svaki element statističkog skupa, onda se drugi moment oko sredine ili varijanca izračunava s pomoću izraza (5.10.).

Varijanca je mjera disperzije dana u drugom stupnju. Zato, ako se iz varijance izvadi drugi korijen, dobiva se izraz koji se zove **standardna devijacija**:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{N}} \quad (5.11.).$$

**Standardna devijacija je drugi korijen varijance.** Ona je izražena u istim jedinicama mjere, u kojima je izraženo i obilježje, odnosno aritmetička sredina. Prema tome, standardna devijacija je apsolutna mjera disperzije, pa je zato prikladna za uspoređivanje veličina disperzije dviju razdioba s različitim obilježjima. Za tu usporedbu, međutim, treba uzeti relativnu mjeru disperzije, kojom će se eliminirati različitost obilježja.

Relativna mjera disperzije koja se temelji na standardnoj devijaciji jest **koeficijent varijacije, koji predstavlja postotak standardne devijacije od aritmetičke sredine.** Koeficijent varijacije se označuje slovom  $V$  i iznosi:



$$V = \frac{\sigma}{\bar{X}} \cdot 100 \quad (5.12.).$$

**Primjer:**

Tijekom jedne godine u elektrolizi je iskopčano 42 ćelije u cilju ugradnje novih katoda. Broj iskopčanih ćelija po mjesecima i njihov prosječno ostvareni životni vijek (mjeseci), iznosili su:

mj.	Vijek (mj)	mj.	Vijek (mj)	mj.	Vijek (mj)	mj.	Vijek (mj)
1	56,71	2	57,77	3	53,11	4	55,66
5	76,18	6	74,98	7	65,45	8	59,72
9	61,78	10	44,94	11	63,33	12	51,76

Treba izračunati prosječni vijek trajanja svih katoda (tj. cijelog skupa) iskopčanih tijekom godine, te varijancu, standardnu devijaciju i koeficijent varijacije.

Najprije formiramo Tabelu 5.4. u kojoj u kolonu 1 unosimo rastuće vrijednosti obilježja ( $X$ ) ostvarenog prosječnog vijeka katoda, ustvari, mjesečne aritmetičke sredine dijelova skupa.

Tabela 5.4.

Vijek katoda (mj)	Broj katoda				
$\bar{X}_i$	$N_i$	$N_i \bar{X}_i$	$\bar{X}_i^2$	$N_i \bar{X}_i^2$	$N_i (\bar{X}_i - \bar{X})^2$
1	2	3	4	5	6
44,94	2	89,88	2.019,60	4.039,2	499,67
51,76	2	103,52	2.679,10	5.358,2	161,50
53,11	4	212,44	2.820,67	11.282,6	233,25
55,66	5	278,30	3.098,04	15.490,1	129,35
56,71	4	226,84	3.216,02	12.864,1	65,16
57,77	4	231,08	3.337,37	13.349,4	35,43
59,72	3	179,16	3.566,48	10.699,4	3,16
61,78	3	185,34	3.816,77	11.450,3	3,21
63,33	4	253,32	4.010,69	16.042,7	26,70
65,45	4	261,80	4.283,70	17.134,8	88,50
74,98	3	224,94	5.622,00	16.866,0	607,80
76,18	4	304,72	5.803,39	23.213,5	952,81
UKUPNO ( $\Sigma$ ):	42	2.551,34	44.273,84	157.790,7	2.806,55

Zatim, u kolonu 2 upisujemo pripadajuće brojeve elemenata ( $N_i$ ) u dijelovima skupa (odgovarajući broj katoda). Potreban total za izračunavanje aritmetičke sredine ( $\bar{X}$ ) aritmetičkih sredina, dobivamo iz kolone 3. To je  $\sum N_i \bar{X}_i = 2.551,34$  ukupno ostvarenih mjeseci životnog vijeka svih ćelija tijekom godine dana. Podijelivši total sa  $\sum N_i = 42$  dobivamo, prema izrazu (5.5.), aritmetičku sredinu ostvarenog vijeka svih isključenih katoda:

$$\bar{\bar{X}} = \frac{\sum N_i \cdot \bar{X}_i}{\sum N_i} = \frac{2.551,34}{42} = 60,75 \text{ mjeseci}$$

Da bismo mogli koristiti izraze (5.10.), (5.11.) i (5.12.) za proračun varijance, standardne devijacije i koeficijenta varijacije, izradili smo kolonu 6, pa imamo:

$$\text{varijancu: } \sigma^2 = \frac{2.806,55}{42} = 66,82$$

$$\text{standardnu devijaciju: } \sigma = \sqrt{66,82} = 8,17 \text{ mjeseci}$$

$$\text{i koeficijent varijacije: } V = \frac{8,17}{60,75} = 13,46 \%$$

Međutim, varijanca se može i na drugi način izračunati:

$$\sigma^2 = \frac{\sum N_i \cdot \bar{X}_i^2}{\sum N_i} - \left( \frac{\sum N_i \cdot \bar{X}_i}{\sum N_i} \right)^2 \quad (5.13.),$$

pa imamo:

$$\sigma^2 = \frac{157.790,7}{42} - \left( \frac{2.551,34}{42} \right)^2 = 66,82$$

#### 5.2.4. Standardizirano obilježje

Koeficijent varijacije je relativna mjera disperzije čitave razdiobe. Pri uspoređivanju odstupanja pojedinih vrijednosti raznovrsnih razdioba frekvencija, kao mjera može dobro poslužiti standardna devijacija. To uspoređivanje temelji se na činjenici, da su gotovo sve, ili velika većina, vrijednosti jedne razdiobe frekvencija obuhvaćene u rasponu  $\bar{X} \pm 3 \sigma$ .

Za podatke u Tabeli 5.4. izračunali smo, da je aritmetička sredina za sve isključene katode iznosila 60,75 mjeseci, a standardna devijacija 8,17 mjeseci. Tri standardne devijacije iznosit će 24,51 ; prema tome, "pojas od tri standardne devijacije oko aritmetičke sredine" imat će granice:  $60,75 \pm 24,51$  i to kao donju granicu 36,24 mjeseca, a kao gornju 85,26 mjeseci. Unutar tih granica obuhvaćene su sve katode. Ipak je u svakoj razdiobi odstupanje vrijednosti od aritmetičke sredine koje se približava veličini  $3\sigma$  veoma veliko, a koje se približava vrijednosti  $\sigma = 0$ , veoma malo.

**Standardizirano obilježje predstavlja odstupanje vrijednosti numeričkog obilježja od aritmetičke sredine, a izražava se u jedinicama standardnih devijacija:**

$$z_i = \frac{(X_i - \bar{X})}{\sigma} \quad (5.14.).$$

Aritmetička sredina razdiobe standardiziranog obilježja uvijek je jednaka nuli:

$$\bar{z} = 0$$

Vidjeli smo iz izraza (5.3), da je prvo svojstvo aritmetičke sredine to što za nju važi da je  $\sum (X_i - \bar{X}) = 0$ , pa iz toga slijedi dokaz:

$$\bar{z} = \frac{\sum z_i}{N} = \frac{\sum \frac{(X_i - \bar{X})}{\sigma}}{N} = \frac{\sum (X_i - \bar{X})}{N \sigma} = 0$$

Jednako je moguće dokazati i da je standardna devijacija razdiobe standardiziranog obilježja jednaka jedan, tj. da je:

$$\sigma_z = 1$$

Dakle, možemo zaključiti, da će sve razdiobe standardiziranog obilježja imati na istom mjestu (ishodištu koordinatnog sustava) svoje aritmetičke sredine i da će njihovi rasponi biti jednaki, jer su standardne devijacije svih razdioba standardiziranog obilježja jednake jedan. Znači, da se raznorodne razdiobe mogu jednostavno uspoređivati s pomoću standardiziranog obilježja.

S pomoću originalnih frekvencija mogu se dvije razdiobe usporediti samo pod uvjetom, da su obje razdiobe istovrsnih jedinica, da je grupiranje izvršeno prema istom obilježju i da su veličine statističkih skupova jednake. Ovaj zadnji uvjet u praksi je rijetko ispunjen, ali ako je ostalo ispunjeno, onda se dvije razdiobe mogu usporediti s pomoću relativnih frekvencija, jer su one proporcionalne s originalnim frekvencijama. Zbroj relativnih frekvencija bilo koje razdiobe je jednak 1, pa će zbog toga površine ispod krivulja relativnih frekvencija svih statističkih skupova biti jednake, što omogućava veoma dobru usporedbu razdioba frekvencija.

Distribucije kojih je na osnovi različitih obilježja izvršeno grupiranje, mogu se uspoređivati samo pomoću standardiziranog obilježja.

### 5.3. TEORIJSKE RAZDIOBE

Do sada smo spominjali razdiobe koje su formirane grupiranjem opažanja ili elemenata skupa prema nekom obilježju. Takve razdiobe zovemo **originalnim, empirijskim, opaženim razdiobama**.

Nasuprot empirijskim razdiobama imamo razdiobe koje se mogu **očekivati** u skladu s našim iskustvom ili na temelju nekih teorijskih postavki. Takve se razdiobe zovu **teorijske razdiobe**. Te razdiobe pretpostavljamo u nekom statističkom modelu ili ih postavljamo kao hipotezu koju treba ispitati. Teorijske razdiobe zadane su analitički. Za njih su unaprijed poznate karakteristike, kao što su sredina, mod, medijan itd.

### 5.3.1. Vjerojatnosti

Teorijska razdioba se pojavljuje i u funkciji **razdiobe vjerojatnoća**.

Razlikuju se dvije vrste vjerojatnosti:

- vjerojatnost a priori, te
- empirička ili statistička vjerojatnost ili vjerojatnost a posteriori

Ako se neki događaj A može dogoditi na "a" načina od ukupno mogućih, jednako vjerojatnih "n" načina, tada je vjerojatnost da se dogodi događaj A jednaka odnosu povoljnih ishoda i ukupno mogućih, tj.:

$$p = \Pr(A) = \frac{a}{n} \quad (5.15.),$$

a vjerojatnost da se **ne dogodi** događaj A je odnos broja nepovoljnih ishoda i ukupno mogućih, tj.:

$$q = \Pr(\text{ne } A) = \frac{n-a}{n} = 1 - \frac{a}{n} = 1 - p \quad (5.16.).$$

Da bi se dakle odredila a priori vjerojatnost ishoda nekog događaja, treba unaprijed znati dva broja: broj "n" i broj "a". Ako još sa "b" označimo broj nepovoljnih ishoda, tada imamo:

$$n = a + b \quad (5.17.),$$

ili u relativnom izrazu (ako prednji izraz podijelimo s "n"):

$$1 = \frac{a}{n} + \frac{b}{n} = p + q \quad (5.18.).$$

#### Primjer:

Kolika je vjerojatnost ako bacimo kocku, da će se na gornjoj strani pojaviti 6 točaka? Mogućih ishoda ima 6 ( $n=6$ ), a povoljan je samo jedan ( $a=1$ ), pa je prema tome:

$$p = \Pr(A) = \frac{1}{6},$$

dok je vjerojatnost nepovoljnog ishoda:  $p = \Pr(\text{ne } A) = \frac{5}{6}$ .

Vjerojatnost a priori izvedena je iz opće teorije, a ishodi su određeni poznavanjem uvjeta. Međutim, u statističkim istraživanjima najčešće nisu unaprijed poznati elementi za izračunavanje vjerojatnosti a priori. U tom slučaju, izlaz je da se eksperimentiranjem ili na drugi način dođe do potrebnog znanja za naknadno izračunavanje vjerojatnosti. Tako izračunata vjerojatnost je **vjerojatnost a posteriori**, odnosno **empirijska ili statistička vjerojatnost**.

Empirijska vjerojatnost je granična vrijednost relativne frekvencije povoljnog ishoda događaja A ako broj pokušaja raste u beskonačnost, tj.:

$$p = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a}{n} \quad (5.19.).$$

Osnova veze između vjerojatnosti a priori i empirijske vjerojatnosti jest zakon velikih brojeva, tj. empirijska vjerojatnost se približava vjerojatnosti a priori, ako je broj opažanja ili pokušaja dovoljno velik. Obje su vjerojatnosti zamjena za određeni sud za koji ne postoje potpune i potrebne informacije.

### 5.3.2. Normalna (Gaussova) razdioba

Normalna ili Gaussova razdioba je najznačajnija kontinuirana razdioba, kojoj teže kontinuirana obilježja mnogih pojava u praksi i životu općenito, a također i u kontroli kakvoće. Ona se proteže od  $-\infty$  do  $+\infty$ , ima oblik zvona, simetrična je i unimodalna. Mod, medijan i aritmetička sredina međusobno su jednaki; njena funkcija vjerojatnosti dana je izrazom:

$$f(X) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(X-\bar{X})^2}{2\sigma^2}} \quad (5.20.),$$

gdje su:

- $\sigma$  = standardna devijacija, te
- $\bar{X}$  = aritmetička sredina
- $e = 2,71828\dots$  = baza prirodnih logaritama

U eksponentu konstante  $e$  prepoznamo izraz (5.14.) za standardizirano obilježje  $z = \frac{X - \bar{X}}{\sigma}$ , za koje smo već ranije utvrdili da mu je aritmetička sredina jednaka nuli, a standardna devijacija  $\sigma = 1$ , pa funkcija (5.20.) može poprimiti i sljedeći izraz:

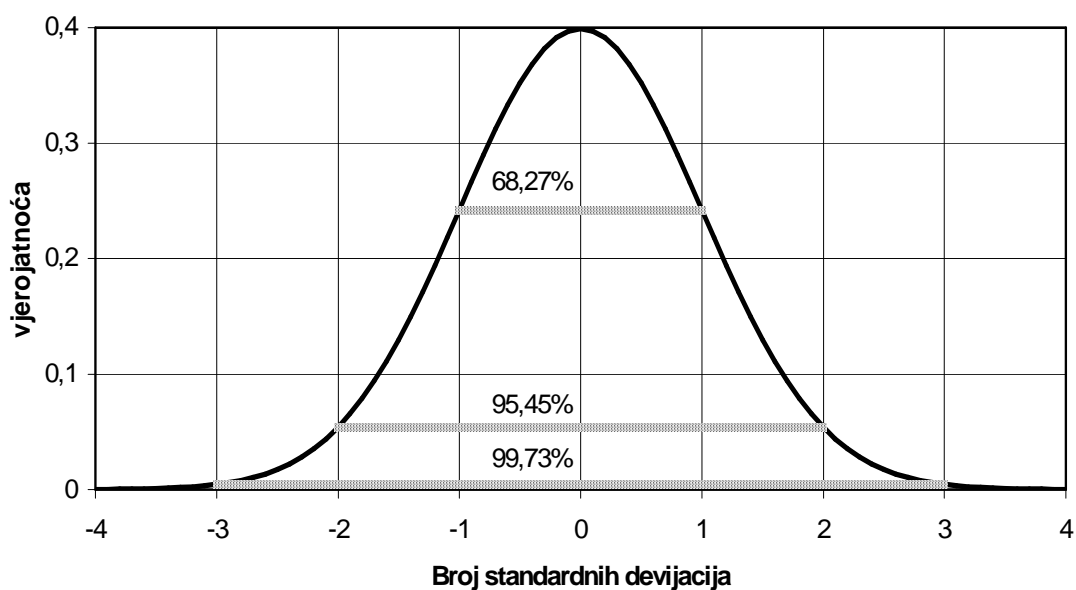
$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} \quad (5.21.).$$

To je izraz za standardiziranu normalnu razdiobu, gdje se na apscisi nalazi standardizirano obilježje, izraženo u jedinicama standardnih devijacija  $\sigma$ . Posebno

su zanimljive vrijednosti površine ispod krivulje za intervale, kao višekratnike standardne devijacije (Sl.5.1.):

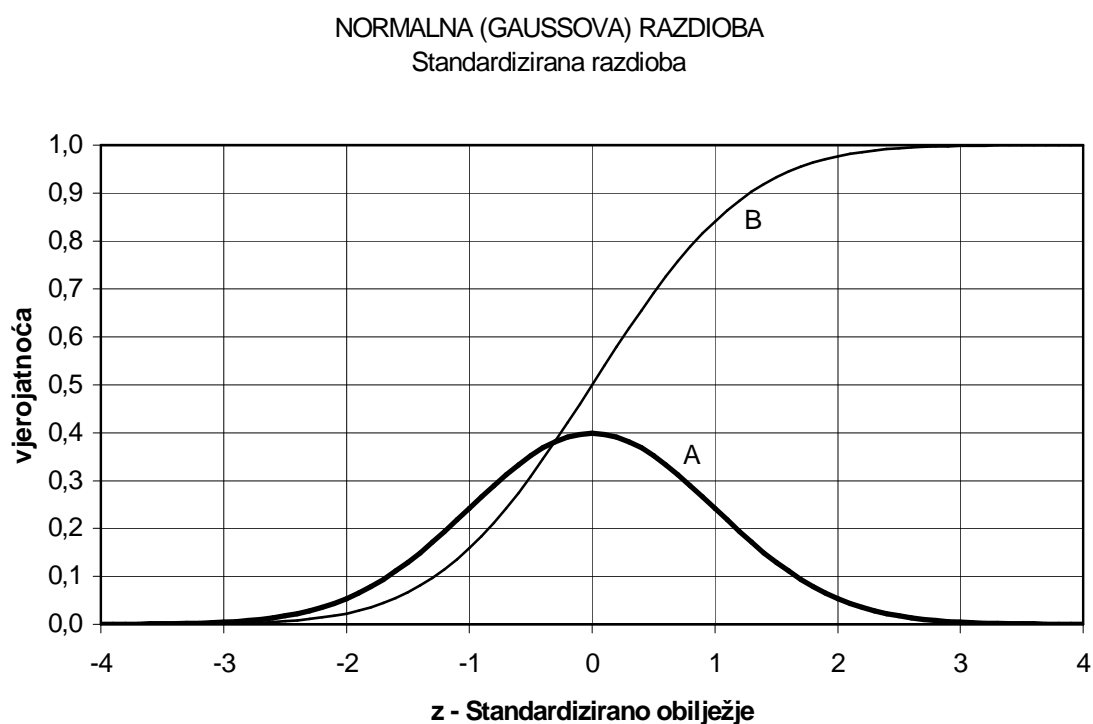
- u intervalu  $\bar{X} \pm 1 \sigma = 68,27 \%$
- "  $\bar{X} \pm 2 \sigma = 95,45 \%$
- "  $\bar{X} \pm 3 \sigma = 99,73 \%$
- "  $\bar{X} \pm 4 \sigma = 99,994 \%$  .

### NORMALNA (GAUSSOVA) RAZDIoba Standardizirana razdioba



Sl. 5.1. Funkcija vjerojatnosti Gaussove razdiobe:  $f(z)$

Vrijednosti navedenih intervala mogu se iščitati i iz Sl.5.2., gdje je dana krivulja kumulativnih vrijednosti ispod funkcije razdiobe (B-krivulja). U praksi se granice  $\pm 3\sigma$  uzimaju kao granice visoke vjerojatnosti za ocjenu neke pojave. Drugim riječima, visoka je vjerojatnost, da će se gotovo svi podaci promatrane pojave nalaziti u području  $\pm 3\sigma$ .



Sl. 5.2.: A - Normalna razdioba:  $f(z)$

B - Površina ispod krivulje razdiobe:  $\int f(z) \cdot dz$

Mnoge statističke analize zasnivaju se na pretpostavci, da osnovni skup iz kojega se uzimaju uzorci slijedi zakon normalne razdiobe. Teorijsko opravdanje za uporabu normalne razdiobe osniva se na teoremu, po kojem će se aritmetičke sredine uzoraka rasipavati po normalnoj razdiobi, ako je uzorak dovoljno velik, bez obzira na oblik razdiobe osnovnog skupa.

Različiti uzroci varijacija u praksi, više ili manje dominantni, dovode do odstupanja od teorijske normalne razdiobe, pa ona za praksu ostaje ideal, koji se kao i drugi ideali rijetko dostižu.

Metode statističke kontrole kakvoće su relativno manje osjetljive na odstupanja od normalnosti i stoga normalna razdioba može poslužiti, kao prihvatljiva aproksimacija za mnoge iskustvene razdiobe. Pri ocjeni i praćenju kakvoće pomoću statističkih metoda želimo dobiti procjenu stanja o seriji ili procesu, kako bismo poduzeli korektivne radnje. Te se odluke neće bitno mijenjati zbog manjeg odstupanja oblika iskustvenih razdioba u odnosu na teorijske razdiobe.

## 6. STATISTIČKE TEHNIKE ZA OBRADU NUMERIČKIH PODATAKA

### 6.1. OCJENA SPOSOBNOSTI PROIZVODNOG PROCESA

Nakon prvog puštanja u rad nekog proizvodnog procesa, obavlja se ovjera prvih proizvoda iz serije, kako bi se utvrdilo, da li se ostvaruje planirana kakvoća i da li uopće postoje uvjeti za nastavak kvalitetne proizvodnje. Zbog nepouzdanosti ocjene procesa ovjerom manjeg broja prvih proizvoda, neophodno je na početku rada izvršiti ocjenjivanje sposobnosti procesa temeljem većeg broja podataka kako bi se ustanovilo:

mjesto aritmetičke sredine traženog obilježja u odnosu na sredinu polja tolerancije; te

rasipanje procesa preko izračunate standardne devijacije izmjera u odnosu na širinu polja tolerancije.

Uvjeti koje proces mora zadovoljiti u odnosu na tražene zahtjeve, odnosno zadanu toleranciju su:

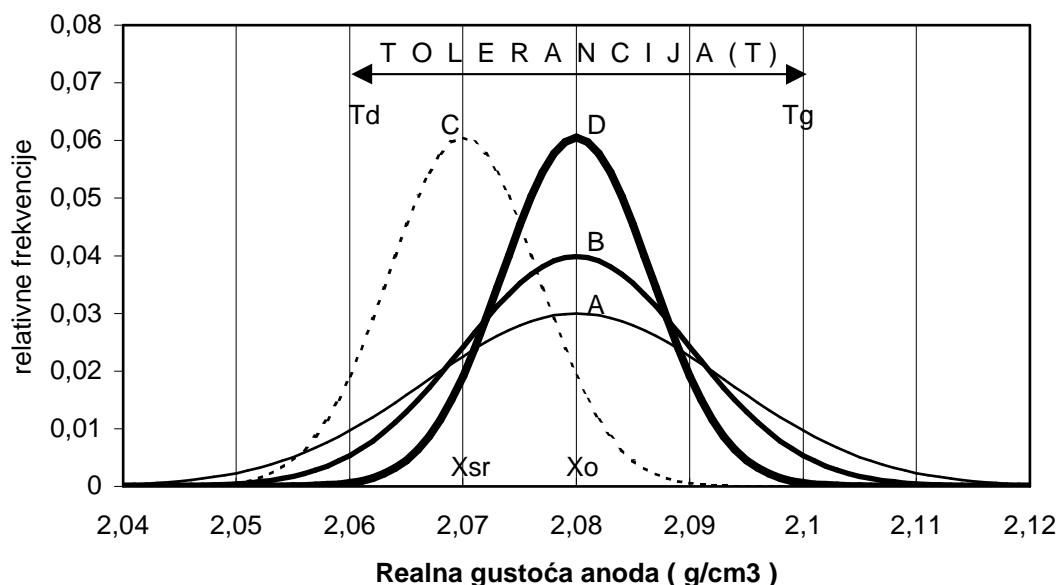
- srednja vrijednost  $\bar{X}$  traženog obilježja (karakteristike) mora biti u sredini  $X_0$  polja tolerancije, a
- ukupno rasipanje procesa, tj.  $6\sigma$  mora biti unutar granica tolerancije, odnosno mora vrijediti  $6\sigma \leq T_g - T_d$ . Tu su  $T_g$  i  $T_d$  gornja, odnosno donja, granica tolerancije.

Broj podataka, koji se uzima za ocjenu sposobnosti procesa po danom obilježju, ovisi o obliku razdiobe frekvencija izmjera, o podacima s kojima raspolažemo o identičnom procesu, te o općem poznavanju utjecajnih čimbenika na odstupanja u procesu. Najčešće broj podataka veći od 30 u praksi može pružiti sliku razdiobe, koja će biti zadovoljavajuća za ocjenu sposobnosti procesa.

Na Sl.6.1. prikazane su četiri krivulje normalnih razdioba vrijednosti realnih gustoća anoda za četiri hipotetična procesa pečenja anoda. Naznačene su  $T_d = 2,06$  i  $T_g = 2,10$  kao donja i gornja granica tolerancije odstupanja, te sredina polja tolerancije  $X_0 = 2,08$ . Kako je riječ o normalnim razdiobama, ali s različitim ukupnim rasipanjem, a time i različitim standardnim devijacijama, potrebno je ocijeniti navedene procese s gledišta zadovoljenja postavljenih uvjeta.



## OCJENJIVANJE SPOSOBNOSTI PROCESA



Sl. 6.1. Procesi:

- A - statistički stabilan, ali ne pod kontrolom
- B - statistički stabilan, ali ne pod kontrolom
- C - izvan kontrole pod utjecajem značajnog uzroka
- D - pod kontrolom

Procesi A i B su statistički stabilni, jer njihova obilježja variraju pod djelovanjem **slučajnih uzroka**, pa je njihovo rasipanje prirodno rasipanje procesa. Međutim, oni nisu pod kontrolom, jer su njihova rasipanja veća od zahtjevane tolerancije. Proces C sa gledišta rasipanja zadovoljava zahtjevanu toleranciju, ali mu se sredina procesa  $X_{sr}$  ne nalazi u sredini tolerancije  $X_o$ , pa kažemo, da je proces C izvan kontrole zbog djelovanja **značajnog uzroka** (npr., kakvoće sirovina, procesa pečenja, ...), kojeg treba istražiti i ukloniti.

Proces D je pod kontrolom, jer zadovoljava sve tražene zahtjeve u pogledu rasipanja i sredine procesa. Njegova standardna devijacija iznosi  $\sigma = 0,0066$ , pa rasipanje  $(\bar{X} \pm 3\sigma) = (2,08 \pm 0,02)$  upravo zadovoljava tražene tolerancije.

Temeljna metoda za ustanovljavanje varijabilnosti nekog obilježja kakvoće je izrada iskustvene ili empiričke razdiobe frekvencije izmjerenih vrijednosti. Pritom se koriste grafički prikazi u obliku histograma ili poligona frekvencije podataka, ili tabelarni prikazi izmjerenih vrijednosti i njima pripadajućih brojeva učestalosti podataka mjerenja.

Tabelarni ili grafički prikaz empiričke razdiobe frekvencije podataka, kao jednostavan i vrlo pregledan prikaz podataka kontrole određenog obilježja (karakteristike), daje vrlo korisnu sliku stanja, koja može poslužiti za prvu ocjenu o proizvodu ili procesu u odnosu na postavljene zahtjeve. To će koristiti kao moguća

orijentacija za određivanje eventualno potrebnih korektivnih radnji, ili će uputiti na potrebu daljnjeg istraživanja temeljem podataka obavljenih mjerenja.

Pored izrade grafičkih i tabelarnih prikaza, za bolje prikazivanje procesa računaju se statističke karakteristike empiričke razdiobe, i to:

**a) Srednje vrijednosti:**

- aritmetička sredina (vidi izraze 5.2. i 5.5.)
- medijan (vidi izraze 5.7. i 5.8.)
- mod (vrijednost s najvećom frekvencijom pojavljivanja)

**b) Vrijednosti rasipanja:**

- Raspon rasipanja (vidi izraz 5.9.)
- Standardna devijacija s (vidi izraz 5.11.)
- Koeficijent varijacije (vidi izraze 5.10. i 5.12.)

Zavisno od količine podataka, odnosno od veličine uzorka, kod praktične primjene statističkih metoda, upotrebljavamo najčešće sljedeće karakteristike niza podataka:

- aritmetičku sredinu i standardnu devijaciju kada imamo veći broj uzoraka, te
- medijan i raspon kada pratimo procese pomoću manjih uzoraka.

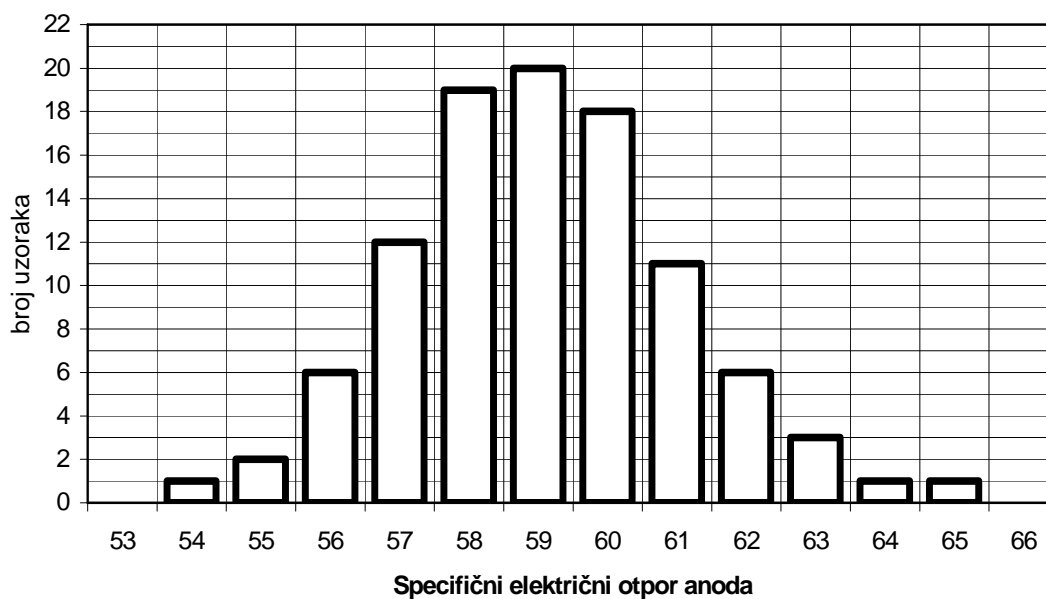
Kod velikog ( $N > 30$ ) reprezentativnog uzorka, izračunate karakteristike na tom uzorku možemo s visokom vjerojatnošću uzeti kao karakteristike osnovnog skupa iz kojeg potječe uzorak. Zato tada možemo empiričkim podacima prilagoditi teorijsku razdiobu, koja će služiti za daljnje prikazivanje procesa, ili za računanje mogućih promjena u promatranom procesu.

**Primjer:**

Na 100 uzoraka (valjaka) pečenih anoda izmjeren je specifični električni otpor. Dobiveni rezultati prikazani su na šipkastom dijagramu (Sl.6.2.), a ujedno je izrađena i Tabela 6.1., koja omogućava jednostavnije računanje aritmetičke sredine i standardne devijacije.

U kolonu 1 unijeti su razredi numeričkog obilježja jednakih veličina, pa u računanju možemo koristiti originalne frekvencije. U koloni 2 data je širina razreda obilježja ( $i$ ), a u koloni 3 navedena je vrijednost sredine razreda ( $X_i$ ). U koloni 4 naznačene su originalne frekvencije ( $f_i$ ) izmjerenih vrijednosti, dok kolona 5 sadrži vrijednosti ( $d_i$ ), pomoću kojih se olakšava računanje aritmetičke sredine i standardne devijacije. Vrijednost  $d_i=0$  se dodjeljuje numeričkom obilježju s najvećom frekvencijom (u ovom slučaju  $D=59,0$ ), pa se onda od tog obilježja, prema gore i prema dolje, računaju vrijednosti u koloni 5 prema izrazu  $d_i=(X_i-D)/i$ .

## EMPIRIČKA RAZDIOBA



Sl.6.2. Grafički prikaz rezultata mjerenja električnog otpora na uzorcima pečenih anoda ( $\mu\Omega\text{m}$ )

Tabela 6.1.

specifični otpor ( $\mu\Omega\text{m}$ )	vel. razr. i	sredina razreda $X_i$	broj uzoraka $f_i$	$d_i$	$f_i \cdot d_i$	$f_i \cdot d_i^2$
1	2	3	4	5	6	7
52,5-53,5	1	53,0	-	-6	0	0
53,5-54,5	1	54,0	1	-5	-5	25
54,5-55,5	1	55,0	2	-4	-8	32
55,5-56,5	1	56,0	6	-3	-18	54
56,5-57,5	1	57,0	12	-2	-24	48
57,5-58,5	1	58,0	19	-1	-19	19
58,5-59,5	1	59,0	20	0	0	0
59,5-60,5	1	60,0	18	1	18	18
60,5-61,5	1	61,0	11	2	22	44
61,5-62,5	1	62,0	6	3	18	54
62,5-63,5	1	63,0	3	4	12	48
63,5-64,5	1	64,0	1	5	5	25
64,5-65,5	1	65,0	1	6	6	36
65,5-66,5	1	66,0	-	7	0	0
UKUPNO	-	-	100	-	7	403

Kolona 6 se dobiva međusobnim množenjem vrijednosti iz kolona 4 i 5, a zatim se u kolonu 7 unose kvadrati vrijednosti kolone 5 pomnoženi s vrijednostima frekvencija iz kolone 4.

Sada možemo jednostavno izračunati:

$$\text{aritmetičku sredinu: } \bar{X} = D + i \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i} = 59,0 + \frac{7}{100} = 59,07 \mu\Omega\text{m},$$

te suglasno izrazu (5.13.), standardnu devijaciju:

$$\sigma = i \sqrt{\left( \frac{\sum f_i d_i^2}{\sum f_i} - \left( \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i} \right)^2 \right)} = \sqrt{\left( \frac{403}{100} - \left( \frac{7}{100} \right)^2 \right)} = 2,00 \mu\Omega\text{m}.$$

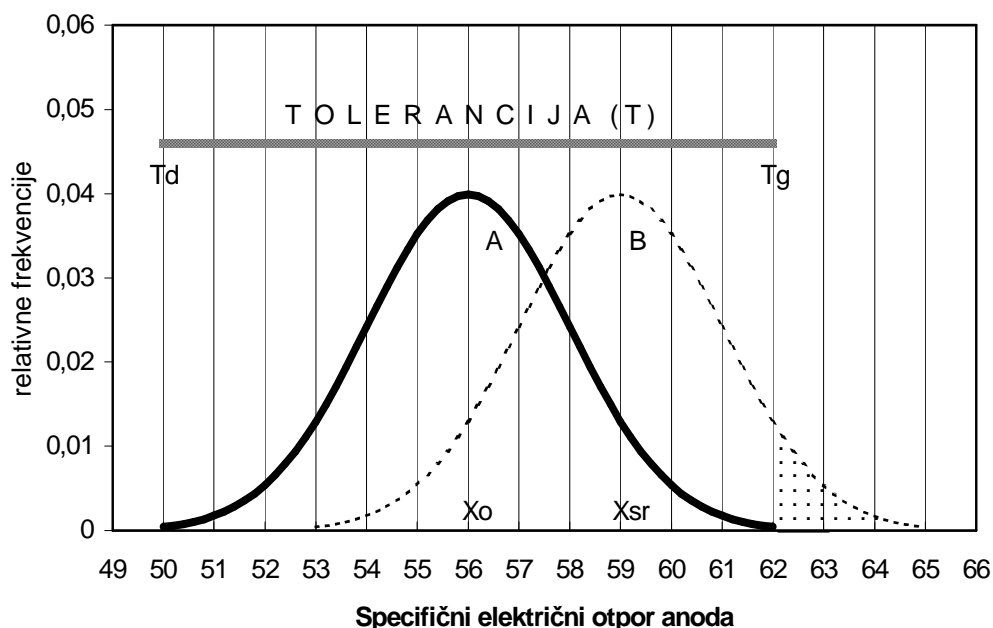
Ove netom izračunate karakteristike empiričke razdiobe koristimo kao parametre teorijske razdiobe, koju iznad mjerne skale lako skiciramo. Pritom koristimo činjenicu, da se kod normalne razdiobe približno 100 % podataka mjerenja nalazi u području  $\bar{X} \pm 3\sigma$ . U ovom primjeru granice rasipanja su:

$$\bar{X} - 3\sigma = 59,0 - 3 \cdot 2,0 = 53,0 \mu\Omega\text{m}$$

$$\bar{X} + 3\sigma = 59,0 + 3 \cdot 2,0 = 65,0 \mu\Omega\text{m}$$

Teorijska razdioba prilagođena netom izračunatim podacima predstavljena je krivuljom B na Sl.6.3. Uočava se da taj proces, s aspekta ostvarivanja vrijednosti električnog otpora anoda, nije pod kontrolom, jer mu maksimalno rasipanje nije unutar pretpostavljenih granica tolerancije  $T = T_g - T_d$ , pa mu zato ni srednja vrijednost ( $X_{sr}$ ) nije u sredini polja tolerancije ( $X_o$ ). Ako bi se ustrajalo na takvom procesu, bez intervencije da se isti dovede u položaj krivulje A, tada bi trebalo odbaciti sve anode s električnim otporom  $> T_g$ , odnosno većim od  $62 \mu\Omega\text{m}$ . To bi suglasno krivulji B na Sl.5.2., značilo odbacivanje cca 7 % ukupne proizvodnje anoda (dio označen točkicama na Sl. 6.3.).

## TOLERANCIJA I MOGUĆNOSTI PROCESA



Sl.6.3. Procesi: A - zadovoljava zahtjeve tolerancije  
B - nije pod kontrolom

Temeljem detaljnog analiziranja procesa, u industrijskoj je praksi lakše eliminirati **značajne uzroke** i time centrirati proces u središte tolerancija, nego smanjiti prirodno rasipanje proizišlo iz **slučajnih uzroka**, jer ovo potonje, u pravilu, zahtjeva veće i skuplje zahvate u proizvodnji.

## 6.2. KONTROLNE KARTE

I tada, kada je proces potvrdio svoje sposobnosti za kakvoću, kada su jasno definirane sve faze proizvodnje, i tada je moguće da tijekom odvijanja proizvodnog procesa nastupe promjene, koje se negativno odražavaju na kakvoću. Takva odstupanja su rijetko očigledna, pa je nužno tijekom proizvodnje provoditi neki način kontrole. Moguće je organizirati sljedeće:

- povremenu provjeru nekih karakteristika kakvoće proizvoda ili procesa od strane poslužitelja ili kontrolora;
- sistematsko praćenje bitnih karakteristika procesa pomoću kontrolnih karata; te
- automatsku kontrolu procesa.

Kada je nemoguće ili preskupo uvesti automatsku kontrolu procesa i kada treba pratiti izrazito važne karakteristike kakvoće u procesima koji ne pokazuju potpunu stabilnost, najopravdanija je uporaba kontrolnih karata.

U pravilu, kontrolne karte se koriste za sljedeće svrhe:

- Za **dijagnozu**: da se ocijeni stabilnost procesa.
- Za **kontrolu** (nadzor): da se odredi kada proces traži podešavanje, te kada treba da ostane takav kakav jest.
- Za **potvrđivanje**: da se potvrdi (dokaže) poboljšanje procesa.

Kontrolna karta je alat, koji omogućava razlikovanje, da li na varijacije u procesu utječu značajni (posebni) ili slučajni uzroci. Slučajne varijacije se ponavljaju nasumce unutar predvidivih granica, dok varijacije uvjetovane značajnim ili specijalnim uzrocima ukazuju, da neke faktore koji utječu na proces, treba identificirati, istražiti i podvrći ih kontroli.

Pri uporabi kontrolnih karata, bilo za mjerene veličine bilo za atributivne ocjene, uzimaju se uzorci iz procesa u određenim vremenskim intervalima, a u kartu se upisuju statističke karakteristike uzoraka. Kontrolne granice kao granice slučajnih rasipanja statističkih karakteristika uzoraka iz procesa, također se ucrtavaju u kontrolnu kartu. Pojava značajnih uzroka u procesu pokazat će na kontrolnoj karti točke izvan kontrolnih granica, što će poslužiti za eventualno poduzimanje korektivnih radnji.

Kod korištenja kontrolnih karti poštuje se sljedeći postupak:

- a) Odabrati karakteristike koje će se pratiti kontrolnom kartom.
- b) Odabrati odgovarajući tip kontrolne karte.
- c) Odlučiti se za uzorak, njegovu veličinu i frekvenciju uzimanja istog. Uzorak treba da sadrži minimum 4 sastojka, t.j. uzorak je veličine  $n > 4$ .
- d) Sakupiti i zapisati podatke od najmanje 20-25 uzoraka, ili upotrijebiti prethodno zapisane podatke.
- e) Izračunati statističke vrijednosti, koje karakteriziraju svaki uzorak.
- f) Izračunati kontrolne granice promatranog parametra na temelju statističkih vrijednosti uzoraka.
- g) Konstruirati kontrolnu kartu i ucrtati statističke podatke uzoraka.
- h) Razmotriti točke izvan kontrolnih granica, koje ukazuju na prisustvo značajnih (posebnih) uzroka.
- i) Odlučiti o narednim postupcima.

### 6.2.1. Kontrolna karta $\bar{X}R$

Kontrolna karta  $\bar{X}R$  je klasična kontrolna karta, u kojoj se prati kretanje aritmetičkih sredina  $\bar{X}$  i raspona  $R$  uzoraka, koji se povremeno uzimaju iz procesa.

U kontrolne karte  $\bar{X}R$  ne upisujemo pojedinačne rezultate izmjera unutar uzorka, već njihove statističke karakteristike. Zato se u ove karte ucrtavaju **kontrolne granice za aritmetičke sredine i raspone uzoraka**, a ne granice tolerancija za pojedinačne vrijednosti izmjera.

Za aritmetičke sredine uzoraka vrijede sljedeća pravila iz teorije uzoraka:

1. Aritmetičke sredine uzoraka rasipavaju se po normalnoj razdiobi, čak i ako osnovni skup iz kojeg su uzeti uzorci nije normalno razdijeljen.
2. Aritmetička sredina aritmetičkih sredina uzoraka  $\bar{\bar{X}}$  jednaka je aritmetičkoj sredini  $X_0$  osnovnog skupa iz kojeg su uzeti uzorci, tj.

$$\bar{\bar{X}} = X_0 \quad (6.1.).$$

3. Rasipanje aritmetičkih sredina uzoraka određeno je izrazom za standardnu pogrešku:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}} \quad (6.2.),$$

gdje su:

$\sigma_0$  = standardna devijacija procesa

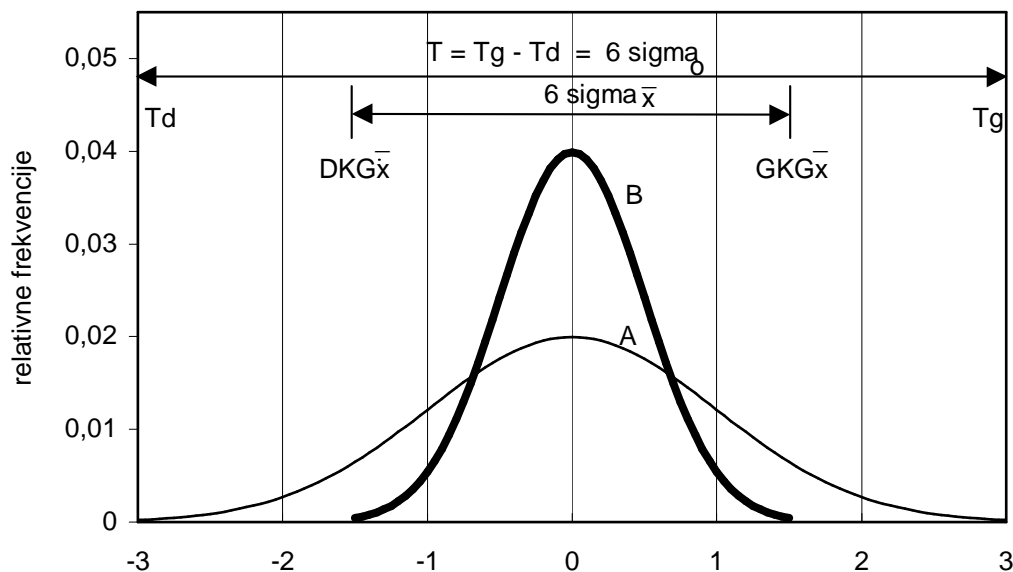
$n$  = veličina uzorka (broj jedinica u uzorku)

4. Granice rasipanja aritmetičkih sredina uzoraka u području vjerojatnosti od 99,73 % su:

$$\text{- gornja kontrolna granica } GKG_{\bar{x}} = \bar{\bar{X}} + 3\sigma_{\bar{x}} \quad (6.3.)$$

$$\text{- donja kontrolna granica } DKG_{\bar{x}} = \bar{\bar{X}} - 3\sigma_{\bar{x}} \quad (6.4.)$$

## KONTROLNE GRANICE



Sl. 6.4. A – Razdioba pojedinačnih vrijednosti izmjera, ukupno rasipanje =  $6\sigma_0$   
 B – Razdioba aritmetičkih sredina uzoraka, ukupno rasipanje =  $6\sigma_{\bar{x}}$

Na Sl.6.4. prikazano je rasipanje aritmetičkih sredina uzoraka u odnosu na rasipanja procesa, pri čemu je pretpostavljeno da je širina tolerantnog polja  $T=6\sigma_0$ . S obzirom na svojstva krivulje rasipanja aritmetičkih sredina, da je ona to bliža sredini procesa što je veći uzorak (suglasno izrazu 6.2.), slijedi da su kontrolne granice uže od granica tolerancije. Tu krivulja A predstavlja razdiobu procesa, odnosno razdiobu pojedinačnih vrijednosti izmjera, a krivulja B razdiobu aritmetičkih sredina uzoraka od  $n = 4$  komada (ili drugih jedinica mjere).

Računanje kontrolnih granica u praksi, kako za aritmetičke sredine tako i za raspone, znatno je pojednostavnjeno pomoću relacija i koeficijenata iz tablica.

Kontrolne granice se mogu izračunati:

- bilo iz podataka procesa (  $\bar{\bar{X}}, \bar{R}$  ),
- bilo iz zadane tolerancije (  $X_0, T$  ).

Kontrolne granice na temelju podataka dobivenih praćenjem procesa su:

$$GKG_{\bar{x}} = \bar{\bar{X}} + A_2 \cdot \bar{R}$$

$$DKG_{\bar{x}} = \bar{\bar{X}} - A_2 \cdot \bar{R}$$



$$\begin{aligned} \text{GKG}_R &= D_4 \cdot \bar{R} \\ \text{DKG}_R &= D_3 \cdot \bar{R} \end{aligned} \quad (6.5.)$$

$$X_o = \bar{\bar{X}}, \quad \sigma_o = \frac{\bar{R}}{d_2}$$

Vrijednosti koeficijenata  $A_2$ ,  $D_4$ ,  $D_3$  i  $d_2$  u ovisnosti od veličine ( $n$ ) uzorka, dane su u Tabeli 6.2.

Kod računanja kontrolnih granica iz zadane tolerancije polazi se od pretpostavke, da je proces smješten unutar polja tolerancije, tj. da je  $X_o$  u sredini polja tolerancije i da širina polja iznosi  $T = 6\sigma_o$ . Tada su kontrolne granice (relacije 6.6.):

$$\begin{aligned} \text{GKG}_{\bar{X}} &= X_o + A' \cdot T \\ \text{DKG}_{\bar{X}} &= X_o - A' \cdot T \\ \text{GKG}_R &= D_2' \cdot T \\ \text{DKG}_R &= D_1' \cdot T \end{aligned} \quad (6.6.)$$

Koeficijenti  $A'$ ,  $D_2'$  i  $D_1'$  također se nalaze u Tabeli 6.2.

Za praksu je povoljnije, da se za nedovoljno poznate procese, uzimaju uzorci i računaju kontrolne granice iz podataka stvarnog procesa (relacije 6.5.), nego da se kontrolne granice računaju iz tolerancija. To podrazumijeva, da se i kod dobro poznatih procesa, kontrolne granice računaju iz podataka stvarnog procesa. Na taj se način dobiva slika procesa, kako u pogledu njegove statističke ovladanosti, tako i u pogledu položaja rasipanja u odnosu na zadanu toleranciju, pa je lakše ići na dotjerivanja i promjene, koje dovode do usklađivanja zahtjeva s mogućnostima procesa.

Zbog razdiobe aritmetičkih sredina i njihovih kontrolnih granica koje iz te razdiobe proizlaze, **kontrolna karta  $\bar{X}R$  izuzetno je osjetljiva** na promjene u procesima. Zbog toga se često kaže, da ta kontrolna karta ne samo prati, već i predskazuje, promjene u procesima.

Tabela 6.2.

KOEFIČIJENTI ZA KONTROLNU KARTU  $\bar{X}\bar{R}$ 

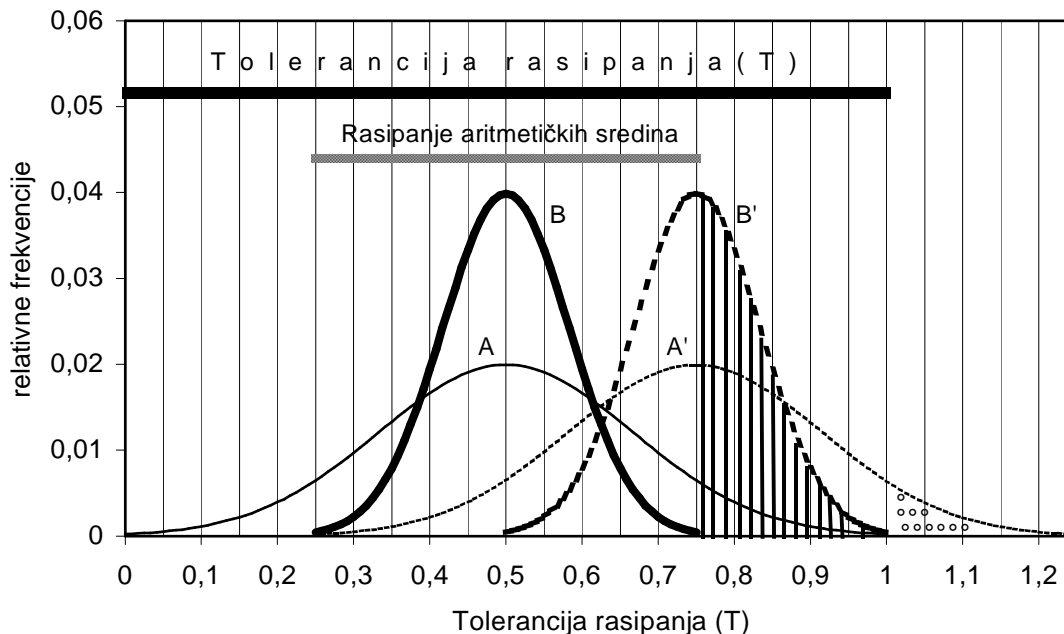
Iz podataka procesa ( $\bar{X}, \bar{R}$ )					
Veličina uzorka n	A <sub>2</sub>	D <sub>3</sub>	D <sub>4</sub>	d <sub>2</sub>	1/d <sub>2</sub>
2	1,880	0	3,267	1,128	0,887
3	1,023	0	2,574	1,693	0,591
4	0,729	0	2,282	2,059	0,486
5	0,577	0	2,114	2,326	0,430
6	0,483	0	2,004	2,534	0,395
7	0,419	0,076	1,924	2,704	0,370
8	0,373	0,136	1,864	2,847	0,351
9	0,337	0,184	1,816	2,970	0,337
10	0,308	0,223	1,777	3,078	0,325
11	0,285	0,256	1,744	3,173	0,315
12	0,266	0,284	1,716	3,258	0,307

Iz poznatog rasipanja procesa ( $\sigma_0$ )				Iz zadane tolerancije (T)			
n	A	D <sub>1</sub>	D <sub>2</sub>	A	D <sub>1</sub>	D <sub>2</sub>	d <sub>2</sub>
2	2,121	0	3,686	0,354	0	0,614	0,188
3	1,732	0	4,358	0,289	0	0,726	0,282
4	1,500	0	4,698	0,250	0	0,783	0,343
5	1,342	0	4,918	0,224	0	0,820	0,388
6	1,225	0	5,078	0,204	0	0,846	0,422
7	1,134	0,205	5,203	0,189	0,034	0,867	0,451
8	1,061	0,387	5,307	0,177	0,065	0,885	0,475
9	1,000	0,546	5,394	0,167	0,091	0,899	0,495
10	0,949	0,687	5,469	0,158	0,115	0,912	0,513
11	0,905	0,812	5,534	0,151	0,135	0,922	0,529
12	0,866	0,924	5,592	0,144	0,154	0,932	0,543

Na Sl.6.5. krivulja A prikazuje razdiobu pojedinačnih izmjerenih vrijednosti, dok krivulja B daje sliku razdiobe aritmetičkih sredina uzoraka, kao što je to bio slučaj na Sl.6.4. Krivulje A' i B' pokazuju slučaj stanja procesa, kada se isti pomakne za  $\frac{1}{4}$  polja tolerancije, tj. pomakne za T/4.

Zbog tog pomaka u procesu, aritmetičke sredine će prijeći svoju kontrolnu granicu, ali će i pojedinačne vrijednosti prijeći svoju granicu tolerancije. Međutim, dok će suglasno krivulji B na Sl.5.2., samo cca 7 % pojedinačnih vrijednosti (površina s kružićima) prijeći svoju granicu tolerancije, dotle će čak 50 % aritmetičkih sredina (vertikalnim crtama označena površina) prijeći svoju kontrolnu granicu. To pokazuje, da **aritmetičke sredine uzoraka vrlo brzo reagiraju na promjene u procesu**, pa i kod manjih pomaka procesa veliki broj aritmetičkih sredina prelazi kontrolne granice.

## OSJETLJIVOST KONTROLNE KARTE

Sl. 6.5. Pomak procesa za  $T/4$  :

A' : 7 % pojedinačnih vrijednosti izvan područja tolerancije  
 B' : 50 % aritmetičkih sredina prelazi kontrolnu granicu

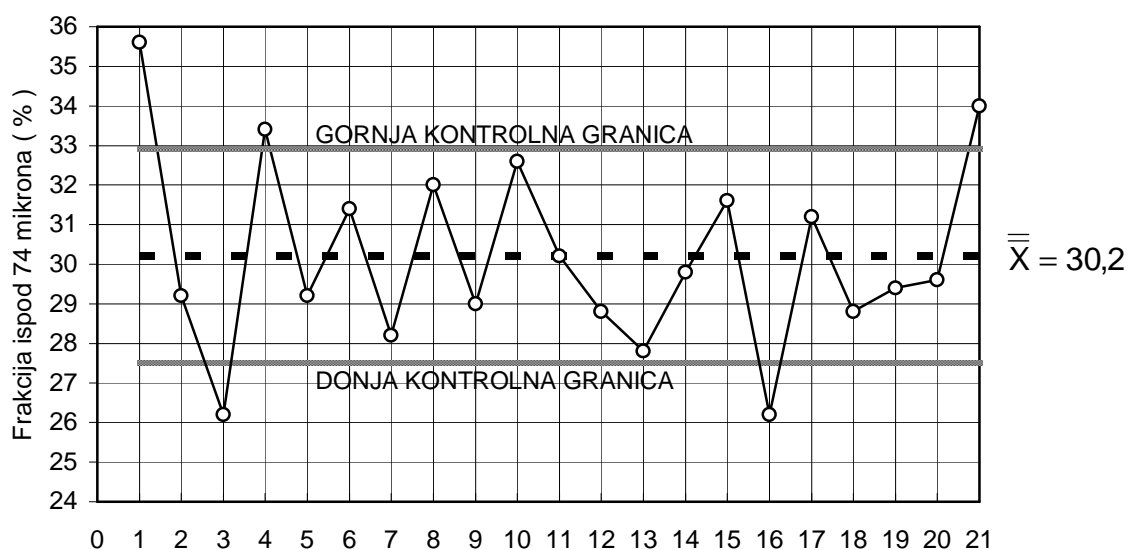
**Primjer:**

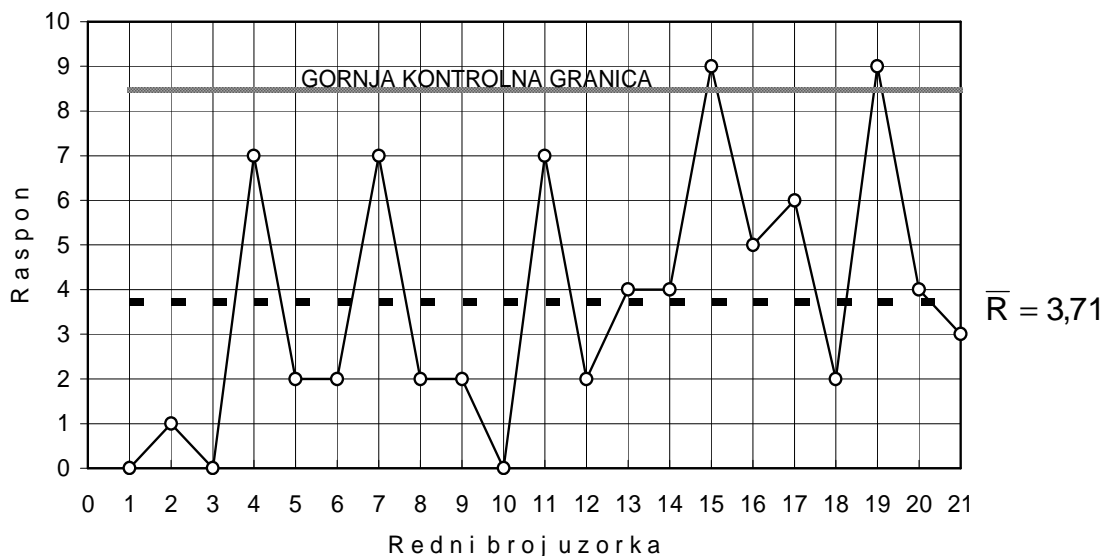
U svakoj se smjeni uzme uzorak ( $n=4$ ) mješavine frakcija petrolkoka prije ulaska u pužni predgrijač F-12. U svakom se dijelu uzorka analizom utvrdi sadržaj sitne (fine) frakcije (ispod  $74 \mu$ ), izražen u (%), pa se zatim izračuna srednja vrijednost  $\bar{X}$  uzorka i utvrdi rasipanje R (razlika između najveće i najmanje vrijednosti) u njemu. Te se vrijednosti 21 smjenu za redom unose u Kontrolnu kartu  $\bar{X}R$ , kako je urađeno na sljedećim stranicama. Na kraju treba izračunati aritmetičku sredinu  $\bar{\bar{X}}$  aritmetičkih sredina, aritmetičku sredinu rasipanja  $\bar{\bar{R}}$ , te granice za aritmetičke sredine  $\bar{X}$  i za rasipanje R.

6. STATISTIČKE TEHNIKE ZA OBRADU NUMERIČKIH PODATAKA

KONTROLNA KARTA $\bar{X}R$		Pogon/Uređaj	OBILJEŽJE	Uzorak	List
		Sirove anode	Frakcija koksa	n=	1
Kontrolor	Josip Josipović		< 74 $\mu$	4	1998

DATUM	Smjena	Broj uzorka	I z m j e r e	
			$\bar{X}$	R
01.01.98.	1	1	35,6	0
	2	2	29,2	1
02.01.98.	1	3	26,2	0
	2	4	33,4	7
03.01.98.	1	5	29,2	2
	2	6	31,4	2
04.01.98.	1	7	28,2	7
	2	8	32,0	2
05.01.98.	1	9	29,0	2
	2	10	32,6	0
06.01.98.	1	11	30,2	7
	2	12	28,8	2
07.01.98.	1	13	27,8	4
	2	14	29,8	4
08.01.98.	1	15	31,6	9
	2	16	26,2	5
09.01.98.	1	17	31,2	6
	2	18	28,8	2
10.01.98.	1	19	29,4	9
	2	20	29,6	4
11.01.98.	1	21	34,0	3





Kontrolna karta  $\bar{X}R$  : Sadržaj sitne (fine) frakcije u granulometrijskoj mješavini petrolkokska

Računom podataka iz kontrolne karte, dobivaju se vrijednosti:

$$\bar{\bar{X}} = 30,2 \quad \text{i} \quad \bar{R} = 3,71 \%,$$

a uz pomoć relacija (6.5.) i koeficijenata iz Tabele 6.2. za  $n=4$ , izračunavamo:

- kontrolne granice:

$$GKG_{\bar{X}} = 30,2 + 0,729 \cdot 3,71 = 32,9$$

$$DKG_{\bar{X}} = 30,2 - 0,729 \cdot 3,71 = 27,5$$

$$GKG_R = 2,282 \cdot 3,71 = 8,47$$

$$DKG_R = 0 \cdot 6,57 = 0$$

- te

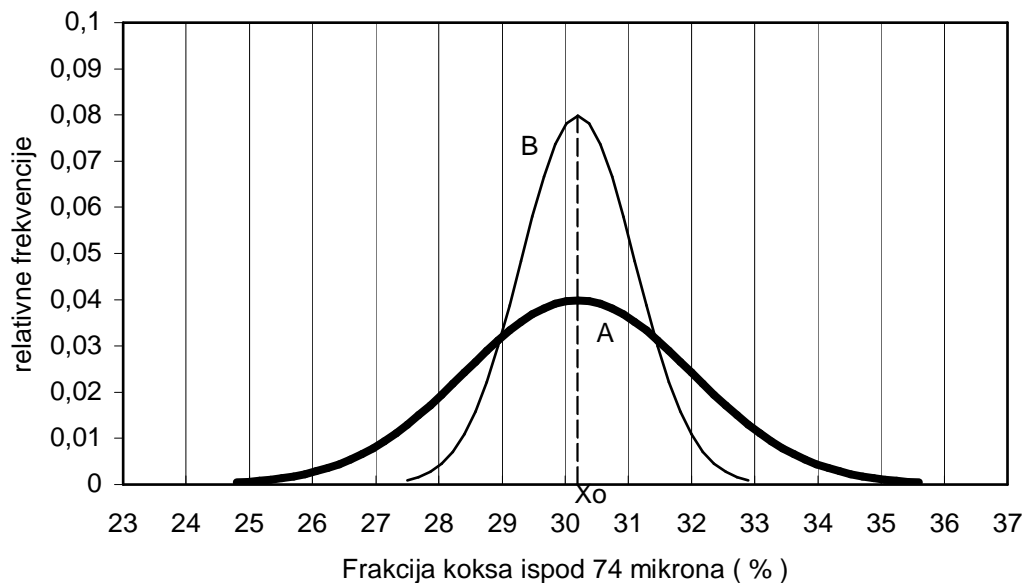
$$X_o = \bar{\bar{X}} = 30,2$$

$$\sigma_o = 3,71/2,059 = 1,8$$

Kada prednje izračunate vrijednosti uzmemo kao parametre teorijske normalne razdiobe, možemo nacrtati normalnu razdiobu procesa, razdiobu aritmetičkih sredina, kao i granice rasipanja (Sl. 6.6.). Kontrolna karta, kao i Sl.6.6.,

pokazuju da proces ima statističko ponašanje, jer se gotovo sve varijacije nalaze unutar kontrolnih granica za aritmetičke srednje vrijednosti, kao i za rasipanje. Drugi je problem, da li ostvarena aritmetička srednja vrijednost procesa, kao i njegovo rasipanje, zadovoljavaju tražene zahtjeve za postizanje željene kakvoće anoda. Od odgovora na to pitanje zavisi da li će biti potrebna intervencija na regulaciji kugličnog mlina. Ako do nje dođe, preko kontrolne karte treba pratiti buduća događanja u procesu.

STANJE PROCESA TEMELJEM KONTROLNE KARTE



Sl.6.6. Sadržaj fine frakcije koksa u ukupnoj mješavini

- A - Krivulja prirodne razdiobe procesa
- B - Razdioba aritmetičkih sredina uzoraka

### 6.2.2. Parametri $C_p$ i $C_{pk}$ za ocjenu procesa

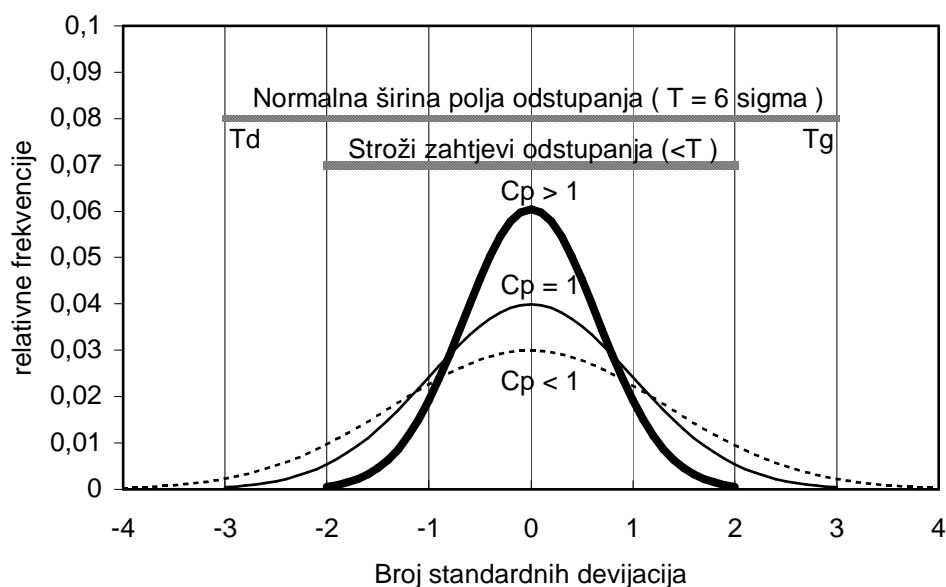
Mogućnosti, odnosno sposobnosti procesa s gledišta rasipanja, odnosno varijacija vrijednosti promatranog obilježja, utvrđuju se preko parametra  $C_p$  (izraz 6.7.). Pritom se primjenjuje sljedeći postupak:

- Koristi se kontrolna karta  $\bar{X}R$ .
- Izračuna se  $\bar{\bar{X}}$  i  $\bar{R}$ .
- Odredi se područje tolerancije (T) s donjom ( $T_d$ ) i gornjom ( $T_g$ ) granicom.
- Izračuna se sredina ( $X_0$ ) tolerancije procesa i standardna devijacija procesa ( $\sigma_0$ ) pomoću relacija (6.5.), te se napokon

➤ Izračuna parametar  $C_p$  :

$$C_p = \frac{T_g - T_d}{6\sigma_o} \quad (6.7.)$$

OCJENA SPOSOBNOSTI PROCESA INDEKSOM  $C_p$



Sl. 6.7. Prikaz procesa u odnosu na zadane granice rasipanja:

- $C_p < 1$  : Varijacije prelaze zadane granice
- $C_p = 1$  : Proces upravo zadovoljava zadane tolerancije
- $C_p > 1$  : Varijacije u procesu su manje od dozvoljenih

Na Sl. 6.7. pokazana su tri procesa različitih sposobnosti. Proces kod kojeg je parametar  $C_p < 1$ , ima varijacije koje prelaze dozvoljene tolerancije, jer mu je  $6\sigma_o > (T_g - T_d)$ . Proces sa  $C_p = 1$  ima rasipanje upravo jednako specificiranim zahtjevima, dok proces sa  $C_p > 1$  ima manje varijacije od dozvoljenih tolerancija. Dakle, rekli bismo, da je jedino proces sa  $C_p > 1$  prihvatljiv, budući da se u najnovijoj praksi postavljaju strože granice nego što je prirodno rasipanje. Međutim, i u tom slučaju može doći do podataka izvan zadanih granica; naročito za slučaj pomaka sredine procesa, odnosno za slučaj kada proces nije ispravno centriran na sredinu polja tolerancije. Zato se uvode dodatni parametri, koji će i to uzeti u obzir.

Na Sl. 6.8. se vidi, da i proces dobrih sposobnosti ( $C_p > 1$ ) može da ima rasipanje izvan dozvoljenih tolerancija (površina ispod krivulje desno od  $T_g$ ).

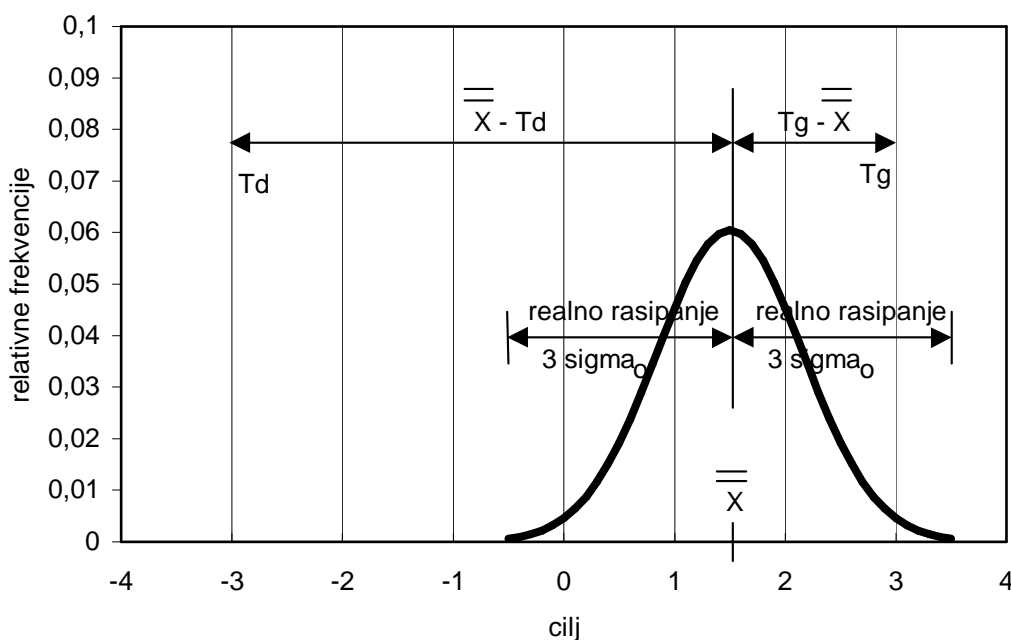
Proces očigledno nije centriran na "cilju", pa da bi se to predskazalo uvodi se dodatni parametar  $C_{pk}$ :

$$C_{pk} = \frac{\bar{X} - T_d}{3\sigma_o} \quad (6.8.),$$

i/ili

$$C_{pk} = \frac{T_g - \bar{X}}{3\sigma_o} \quad (6.9.),$$

#### Ocjena sposobnosti procesa indeksom $C_p$



Sl. 6.8. Rasipanje necentriranog procesa sposobnosti  $C_p > 1$

Za slučaj necentriranosti procesa u "cilju", vrijednosti izraza (6.8.) i (6.9.) nisu međusobno jednake. Ako je proces pomaknut u lijevo, tj. prema donjoj granici tolerancije ( $T$ ), tada je izraz (6.8.) manji od izraza (6.9.) i obrnuto, kao što je slučaj na Sl.6.8., ako je proces pomaknut u desno, tada je izraz (6.9.) manji od izraza (6.8.).

Najnoviji zahtjevi u praksi idu za tim, da vrijednosti i za  $C_p$ , kao i za manji  $C_{pk}$  budu veće od 1,33, odnosno da vrijedi:

$$C_p > 1,33 \quad \text{i} \quad C_{pk} > 1,33$$



S ta dva parametra određena je sposobnost procesa. Ovi znatno stroži zahtjevi za sposobnost procesa, u odnosu na ranije izražene s  $T=6\sigma_0$ , pružaju određenu garanciju, da proces neće prijeći dozvoljena odstupanja.

### 6.2.3. Kontrolna karta $\bar{X}R$

U praksi je mnogo jednostavnije umjesto kontrolne karte  $\bar{X}R$  upotrijebiti kontrolnu kartu "medijan-raspon kartu". Temeljna je razlika u tome što se u tom slučaju ne upotrebljavaju aritmetičke sredine uzoraka, već medijani uzoraka. Medijan se ne računa, nego se određuje, a osim toga, već smo vidjeli u poglavlju 5., medijan nije osjetljiv na eventualno ekstremne vrijednosti izmjera, do kojih u praksi često dolazi, bilo pri mjerenju, bilo pri upisivanju rezultata mjerenja.

Teorijske osnove izrečene za kontrolnu kartu  $\bar{X}R$ , vrijede praktički i za kontrolnu kartu  $\bar{X}R$ . Medijani uzoraka se također rasipavaju po normalnoj razdiobi, medijan medijana  $\tilde{X}$  uzoraka jednak je sredini procesa, jedino je rasipanje medijana nešto šire nego što je rasipanje aritmetičkih sredina. Računanje kontrolnih granica obavlja se također na dva načina: iz podataka o procesu i iz zadane tolerancije.

Iz podataka o procesu nakon dovoljnog broja uzetih uzoraka lako se ustanove vrijednosti za medijan medijana  $\tilde{X}$  i medijan raspona  $\tilde{R}$ , dok se kontrolne granice računaju iz relacija:

$$\begin{aligned} \text{GKG}_{\bar{X}} &= \tilde{X} + \tilde{A}_2 \cdot \tilde{R} \\ \text{DKG}_{\bar{X}} &= \tilde{X} - \tilde{A}_2 \cdot \tilde{R} \\ \text{GKG}_R &= \tilde{D}_4 \cdot \tilde{R} \\ \text{DKG}_R &= \tilde{D}_3 \cdot \tilde{R} \\ X_0 &= \tilde{X}, \quad \sigma_0 = \frac{\tilde{R}}{\tilde{d}_2} \end{aligned} \tag{6.10.}$$

Kontrolne granice iz zadane tolerancije su:

$$\begin{aligned} \text{GKG}_{\bar{X}} &= X_0 + \tilde{A}' \cdot T \\ \text{DKG}_{\bar{X}} &= X_0 - \tilde{A}' \cdot T \\ \text{GKG}_R &= D'_2 \cdot T \\ \text{DKG}_R &= D'_1 \cdot T \end{aligned} \tag{6.11.}$$

Koeficijenti korišteni u relacijama (6.10.) i (6.11.) dani su u Tabeli 6.3.

Tabela 6.3.

**KOEFICIJENTI ZA KONTROLNU KARTU  $\bar{X}$ R (MEDIJAN – RASPON)**

Iz podataka procesa ( $\tilde{X}$ , $\tilde{R}$ )					
Veličina uzorka n	$\tilde{A}_2$	$\tilde{D}_3$	$\tilde{D}_4$	$\tilde{d}_2$	$1/\tilde{d}_2$
2	2,24	0	3,865	0,95	1,05
3	1,265	0	2,745	1,59	0,64
4	0,83	0	2,375	1,98	0,51
5	0,72	0	2,18	2,26	0,44
6	0,565	0	2,055	2,47	0,41
7	0,52	0,08	1,965	2,65	0,38
8	0,44	0,14	1,90	2,79	0,36
9	0,42	0,19	1,85	2,92	0,34
10	0,37	0,23	1,81	3,02	0,33
11	0,36	0,26	1,78	3,12	0,32
12	0,32	0,29	1,73	3,21	0,31

Iz poznatog rasipanja procesa ( $\sigma_0$ )				Iz zadane tolerancije (T)			
n	$\tilde{A}$	$D_1$	$D_2$	$\tilde{A}'$	$D_1$	$D_2$	$\tilde{d}_2$
2	2,12	0	3,69	0,35	0	0,62	0,160
3	2,01	0	4,36	0,33	0	0,73	0,265
4	1,64	0	4,70	0,28	0	0,78	0,330
5	1,62	0	4,92	0,27	0	0,82	0,377
6	1,39	0	5,08	0,23	0	0,85	0,411
7	1,38	0,21	5,20	0,23	0,04	0,87	0,441
8	1,23	0,39	5,31	0,21	0,07	0,89	0,465
9	1,22	0,55	5,39	0,20	0,09	0,90	0,487
10	1,12	0,69	5,47	0,19	0,12	0,91	0,503
11	1,12	0,81	5,53	0,19	0,14	0,92	0,520
12	1,02	0,92	5,59	0,17	0,15	0,93	0,535

**Primjer:**

Kontrolnom kartom medijan-raspon pratiti visinu sirove anode, koja izlazi iz vibropreše. Otprilike svaka dva sata izmjeriti visine deset anoda, što će predstavljati jedan uzorak od  $n=10$ . Odrediti medijan svakog uzorka, te razliku između najviše i najniže izmjerene vrijednosti u tom uzorku (raspon). Vrijednosti medijana uzorka  $\tilde{X}$  i raspona R unijeti u kontrolnu kartu, kao što je to učinjeno na sljedećim stranicama. Postupak ponoviti 21 put.

Iz karte je vidljivo, da medijan medijana iznosi  $\tilde{X} = 549$  mm, a medijan raspona  $\tilde{R} = 19$  mm.

Sada, korištenjem izraza (6.10.) i Tabele 6.3. za  $n=10$ , računamo kontrolne granice:

$$GKG_{\tilde{X}} = 549 + 0,37 \cdot 19 = 556,03 \text{ mm}$$

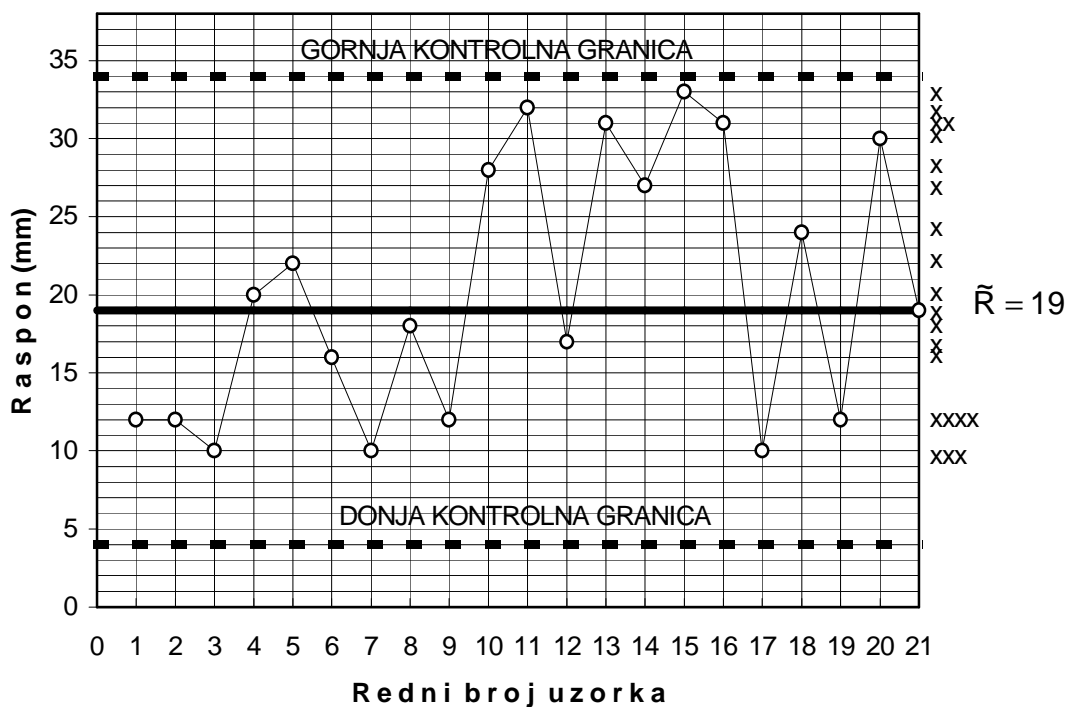
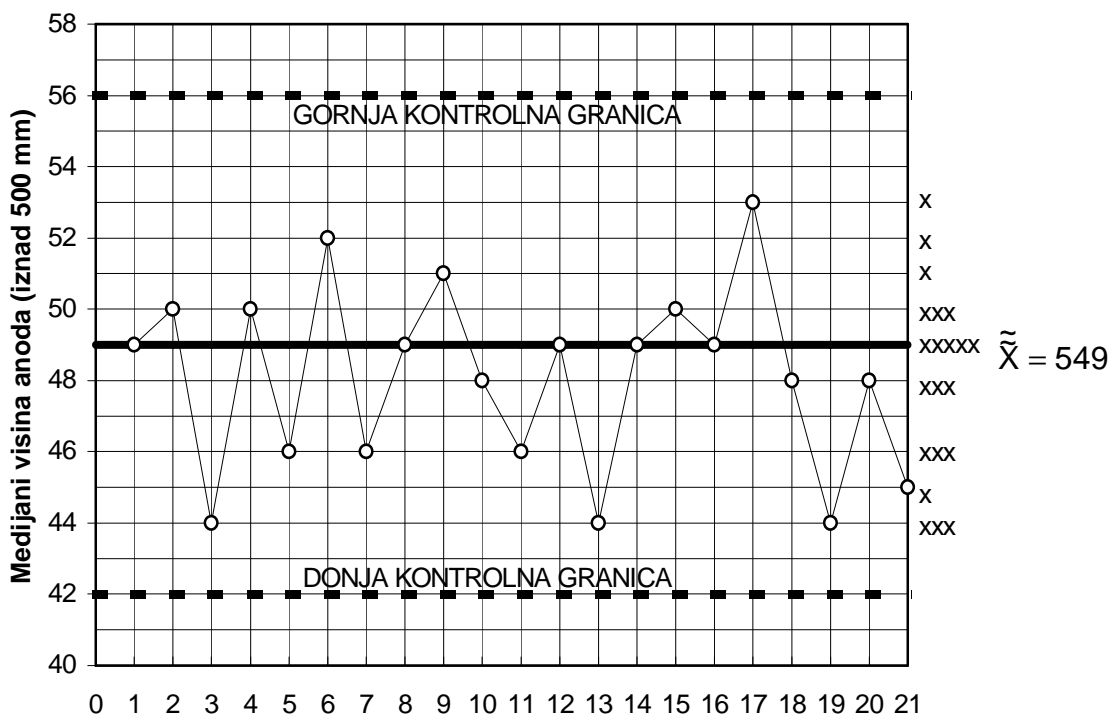
$$DKG_{\tilde{X}} = 549 - 0,37 \cdot 19 = 541,97 \text{ mm}$$

$$GKG_R = 1,81 \cdot 19 = 34,39 \text{ mm}$$

$$DKG_R = 0,23 \cdot 19 = 4,37 \text{ mm}$$

MEDIJAN – RASPON KONTROLNA KARTA $\tilde{X}\tilde{R}$		Pogon/Uređaj	OBILJEŽJE	Uzorak n =	List
		Vibropreša	Visina anode	10	6
Kontrolor	Ante Antić				1998

DATUM	Smjena	Broj uzorka	I z m j e r e	
			$\tilde{X}$	R
02.05.98.	1	1	549	12
	1	2	550	12
	1	3	544	10
	2	4	550	20
	2	5	546	22
	2	6	552	16
03.05.98.	1	7	546	10
	1	8	549	18
	1	9	551	12
	2	10	548	28
	2	11	546	32
	2	12	549	17
04.05.98.	1	13	544	31
	1	14	549	27
	1	15	550	33
	2	16	549	31
	2	17	553	10
	2	18	548	24
05.05.98.	1	19	544	12
	1	20	548	30
	1	21	545	19



Medijan – Raspon kontrolna karta: Visina sirovih anoda

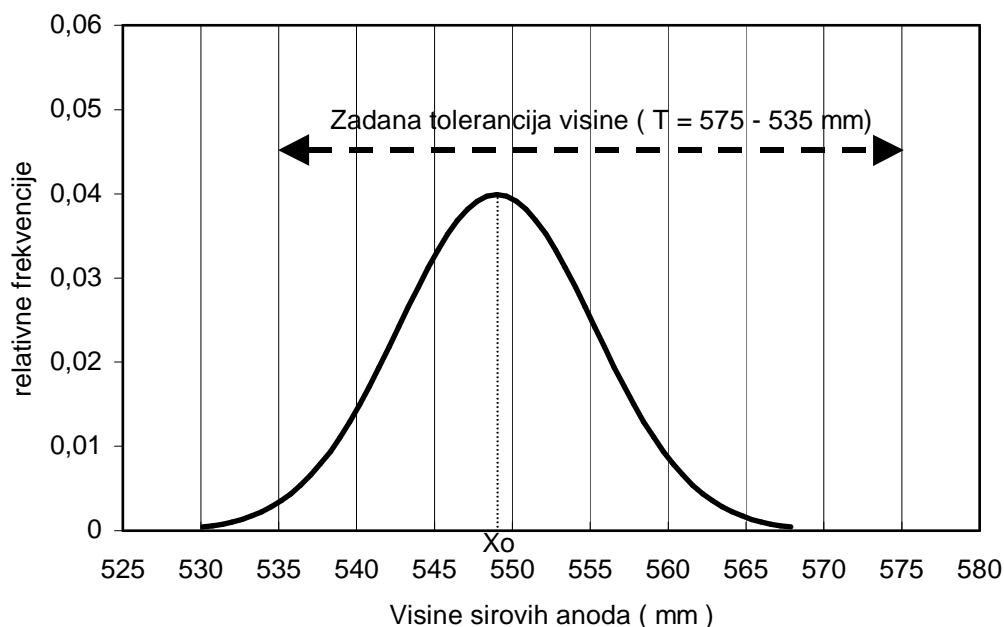
Kada izračunate kontrolne granice ucrtamo u kontrolnu kartu, vidi se, da se sve vrijednosti medijana i raspona nalaze unutar kontrolnih granica. To znači, da kretanje podataka tijekom procesa ne odstupa od zakona matematičke statistike.

Iz dobivenih podataka se mogu izračunati i karakteristike procesa u pogledu visina prešanih sirovih anoda:

$$X_o = \tilde{X} = 549 \text{ mm} \quad \text{i} \quad \sigma_o = 19/3,02 = 6,29 \text{ mm}$$

Temeljem prednjih vrijednosti crtamo krivulju prirodne razdiobe visina anoda kod prešanja istih (Sl.6.9.).

### STANJE PROCESA TEMELJEM KONTROLNE KARTE



Sl. 6.9. Prirodna razdioba visina sirovih anoda

Iz krivulje normalne razdiobe se vidi da se dobilo nešto anoda s visinom ispod  $T = 535$  mm, tj. ispod donje granice tolerancije. Suglasno krivulji B na Sl.5.2., riječ je o 1,3 % od ukupnog broja anoda, koje će se tretirati kao škart, sakupljati do određene količine, kada će se ispeći sa ciljem povratka u proces, kao pečeni ostatak. **Donju granicu tolerancije postavlja elektroliza**, a gornju,  $T = 575$  mm, otvor prekretača anoda nakon rashladnog tunela. Vidljivo je, da anode ne dosežu gornju granicu tolerancije.

### 6.3. HISTOGRAM

Razdioba frekvencija numeričkog niza grafički se prikazuje jednostavnim stupcima u kvadrantu pravokutnog koordinatnog sustava s pozitivnim vrijednostima ordinate i apscise (I kvadrant). Na apscisu se nanese aritmetičko (linearno) mjerilo za vrijednosti numeričkog obilježja. Na ordinatu se nanese aritmetičko mjerilo za frekvencije zapažanja. Podaci se predočavaju kao niz pravokutnika (stupaca) jednake širine, ali različitih visina. Širina stupca, tj. njegova baza predstavlja jedan interval (razred) od ukupnog područja podataka, dok visina (ordinata) predstavlja broj podataka (frekvenciju opažanja) unutar te širine razreda. Da bi se istakao kontinuitet numeričkog obilježja, stupci se crtaju jedan uz drugoga. Prateći visine stupaca, može se uočiti razdioba (raspored) elemenata statističkog skupa i njezine osnovne karakteristike. Takav grafički prikaz razdiobe frekvencija naziva se histogram. Najčešći oblik histograma, prema tome i razdiobe frekvencija, jest oblik zvona, koji je u pravilu više ili manje asimetrično s obzirom na okomitu liniju. Ako je desna strana zvona (razdiobe) više nagnuta (zakošena), tada tu asimetriju nazivamo desnostranom ili pozitivnom. U obratnom slučaju, ako bi bila više zakošena (nagnuta) lijeva strana zvona, to bi bila lijevostrana ili negativna asimetrija. Razdioba može imati dva vrha, tada kažemo da je bimodalna; inače s jednim vrhom je unimodalna. Kada su frekvencije niza apsolutne, površina ispod histograma prikazuje veličinu statističkog skupa ili ukupan broj elemenata skupa.

#### **Histogram se koristi da bi se:**

- predočio grafikon varijacija u procesu;
- vizualno komuniciralo s informacijama o ponašanju procesa;
- donijele odluke o tome na što usmjeriti napore za poboljšanje procesa.

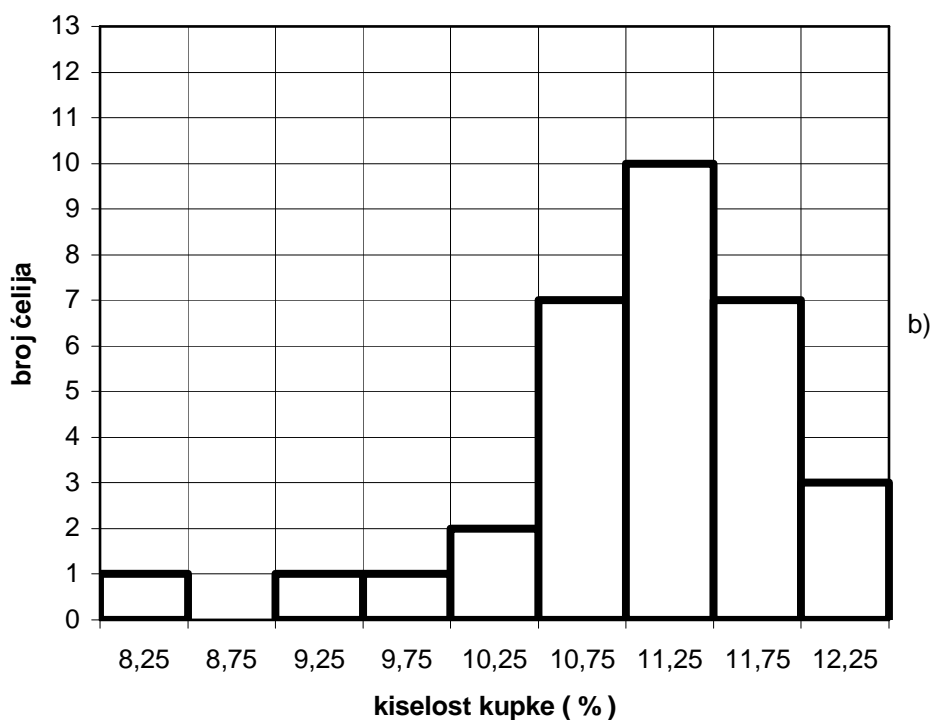
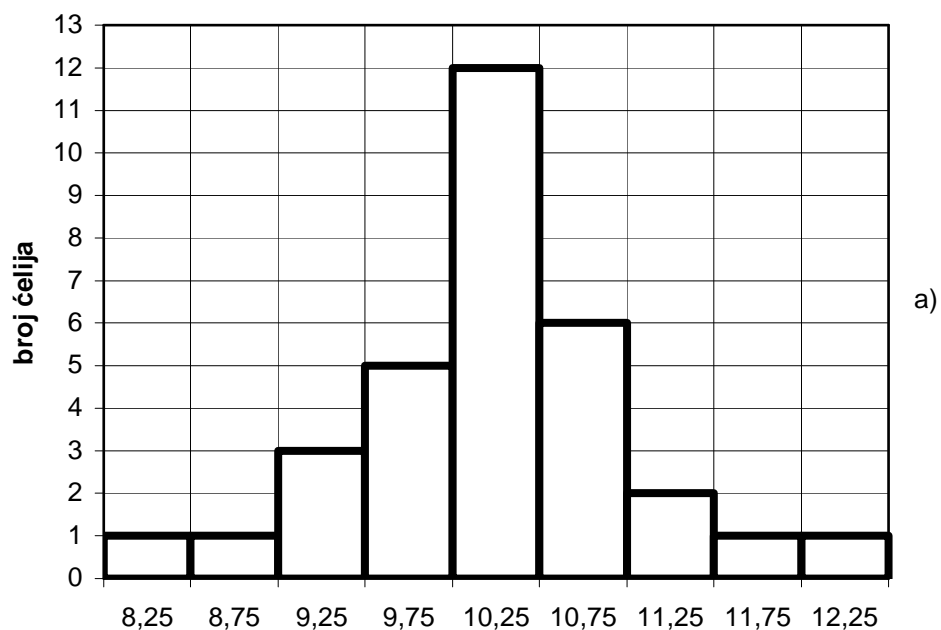
#### **Izrada histograma pretpostavlja respektiranje sljedeće procedure:**

- a) Sakupiti vrijednosti podataka.
- b) Odrediti područje podataka odbivši najmanju vrijednost od najveće.
- c) Odrediti broj intervala u histogramu (često između 6 i 12) i podijeliti područje podataka (tč.b) s brojem intervala, kako bi se utvrdila širina svakog intervala.
- d) Označiti na apscisnoj osi vrijednosti podataka.
- e) Na ordinatnoj osi označiti vrijednosti frekvencije (broj ili postotak opažanja).
- f) Označiti nad svakim intervalom visinu, koja odgovara vrijednostima podataka koji spadaju u dotični interval.

#### **Primjer:**

Dana 3.01.1998. iz 32 ćelije uzet je po jedan uzorak kupke s ciljem utvrđivanja njene kiselosti. Dobiveni rezultati analiza prikazani su histogramom a) na Sl.6.10. Mjesec dana kasnije, tj. dana 3.02.1998. iz istih su ćelija ponovno uzeti uzorci kupke. Sada su rezultati pokazali stanje prikazano na histogramu b) iste slike. Usporedbom tih dvaju histograma moguće je donijeti ocjene o varijacijama stanja kiselosti kupke, kao i eventualne korektivne radnje.

## HISTOGRAM SASTAVA KUPKE



Sl. 6.10. Stanje kiselosti kupke:

a) na dan 3.01.1998.

b) na dan 3.02.1998.

#### 6.4. PARETO DIJAGRAM

Talijanski ekonomist Vilfredo Pareto (1848-1923) postavio je princip, prema kojemu **“svi događaji ili uzroci neke pojave nisu sa stajališta utjecaja jednakomjerno raspodijeljeni, već relativno malo uzroka tvori većinu utjecaja”**. To znači, da postoji neravnomjerna razdioba događaja u odnosu na njihove efekte. Dokazi za to mogle bi biti niže navedene tvrdnje, koje su posljedica logičkog promišljanja slike svijeta i događanja u njemu:

- U malo država na svijetu živi najveći dio svjetskog pučanstva, dok u mnogim preostalim državama živi ostatak.
- Mali broj bolesti uzrokuje veliku većinu mortaliteta.
- Kod zakašnjavanja na posao, glavina zakašnjenja otpada na samo nekoliko djelatnika.
- Najveći dio troškova kakvoće otpada na mali broj značajnih uzroka.
- ...

U industriji vrlo mnogo utjecajnih faktora izaziva probleme i teško je na sve njih istovremeno djelovati. Međutim, prema Paretovom principu, nisu svi utjecajni faktori istog značenja u odnosu na efekte koje želimo ostvariti, pa se akcije moraju usmjeriti na mali broj značajnijih faktora. To osobito vrijedi za programe poboljšanja kakvoće, jer će i efekti korektivnih radnji u tom slučaju biti najveći.

Pareto dijagram je jednostavna grafička tehnika za rangiranje stavki (pojava, uzroka) od najčešće do najrjeđe. S njime se, **razlikovanjem najvažnijih stavki od najmanje važnih, uz najmanje napora ostvaruje najveće poboljšanje**.

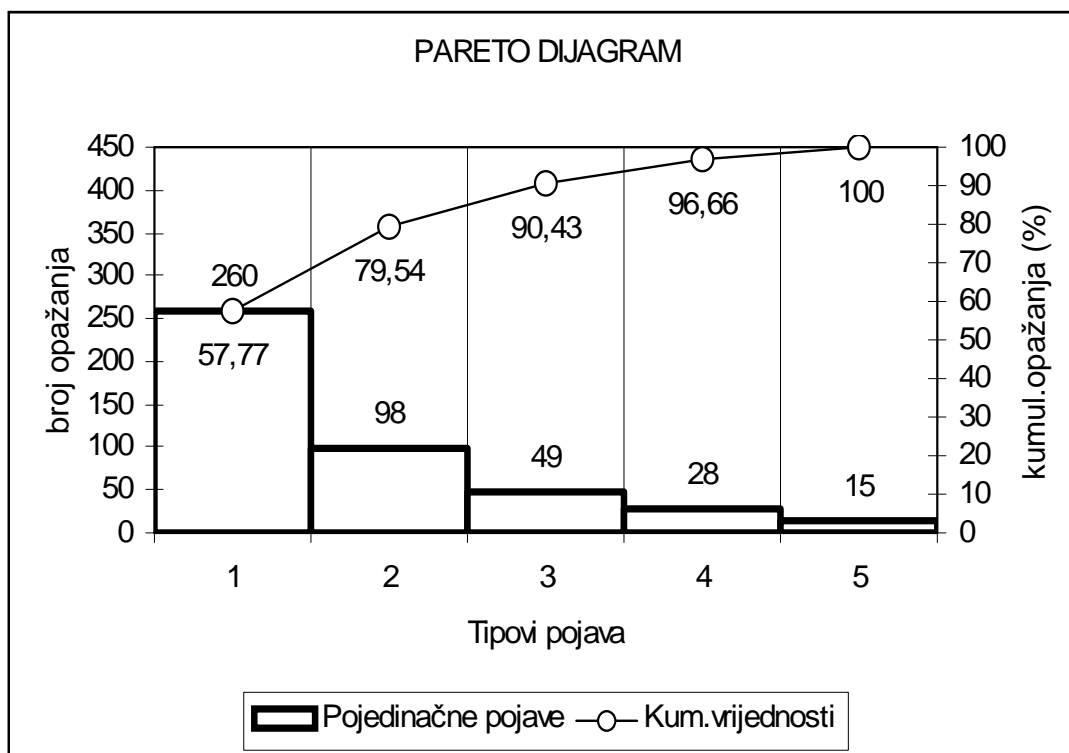
Pareto dijagram pokazuje, po padajućoj vrijednosti, relativni doprinos svake stavke ukupnom efektu. Relativni doprinos može biti temeljen na učestalosti opažanja, na troškovima za svaku stavku, ili na nekim drugim veličinama koje su u funkciji efekta. Svaka se stavka prikazuje kao jedan stupac, čije visine govore o razlikama u doprinosu ukupnom efektu. Krivulja kumulativne frekvencije se koristi, da bi se dobio ukupni doprinos svih stavki.

Izrada Pareto dijagrama pretpostavlja sljedeću proceduru:

- a) Izabrati stavke koje će se analizirati.
- b) Izabrati jedinicu mjere za analize, kao npr. frekvenciju pojavljivanja, troškove ili neku drugu veličinu, koja je u vezi sa stavkom koja se analizira.
- c) Odabrati vremenski period, za koji će se vršiti analiza.



- d) Na apscisnu os nanizati stavke od lijeva na desno, po padajućem redu veličine jedinice mjere. Kategorije koje sadrže najmanje stavke, mogu se skupiti u kategoriju "ostalo". Postaviti ovu kategoriju krajnje desno.
- e) Nacrtati dvije vertikalne osi, po jednu na početku i kraju apscise. Na lijevoj osi postaviti skalu u jedinicama mjere s najvišom vrijednosti jednakom sumi vrijednosti svih stavki. Desna skala treba da ima istu visinu i da je podijeljena od 0 do 100 %.
- f) Iznad svake stavke nacrtati stupac (pravokutnik), čija visina predstavlja iznos jedinice mjere za tu stavku.
- g) Nacrtati liniju kumulativne frekvencije sumirajući vrijednosti svake stavke od lijeva na desno.
- h) Koristiti Pareto dijagram da bi se identificirale najvažnije stavke za poboljšanje kakvoće.



Sl. 6.11. Pareto dijagram za škart anodnih sklopova

- Pojava 1 - Oštećen utor za Če-ploče  
 2 - Pukotine u anodama  
 3 - Masa ispod ploča  
 4 - Otpali dijelovi anoda  
 5 - Ostalo

**Primjer:**

U jednoj tvornici aluminijskih pričvršćivača anodnih šipki za anode vrši se prešanjem ugljene mase u utore anoda, u koje se umeću Če-ploče spojene s anodnim šipkama. Treba utvrditi uzroke većeg broja škarta sklopova anoda-anodna šipka. Izraditi Pareto dijagram i poraditi na najznačajnijom pojavom.

Analiza pojava rezultirala je u Pareto dijagramu prikazanom na Sl.6.11. Nakon toga su uslijedili "brainstorming" sastanci za analizu uzroka najčešćih pojava, koje je pokazao Pareto dijagram. Rješenja koja su se predlagala bila su strogo testirana, što je trajalo cca 3 mjeseca. Nakon toga, poslovodstvu je ponuđeno rješenje problema: **Reducirati tlak prešanja ugljene mase u utore anoda**. Primjenom tog rješenja smanjen je škart anodnih sklopova od 1,9 % na 0,7 % .

**6.5. DIJAGRAM RASIPANJA**

Dijagram rasipanja se koristi, da bi se otkrili i pokazali odnosi između dviju pridruženih skupina podataka, kao i da bi se potvrdili anticipirani odnosi između dviju pridruženih skupina podataka.

Dijagram rasipanja je grafička tehnika za studiranje odnosa između dviju pridruženih skupina podataka, koje se pojavljuju u parovima. Dijagram rasipanja pokazuje u koordinatnom sustavu parove (x,y) kao oblak sastavljen od točaka. Iz oblika tog oblaka zaključuje se na vrstu veze između pridruženih skupina podataka. **Positivnim odnosom** između **x** i **y** smatramo slučaj kada je rast vrijednosti od **x** povezan s porastom vrijednosti od **y**. **Negativni odnos** znači rast vrijednosti od **x** s povezanim padom vrijednosti od **y**. Ti pozitivni i negativni odnosi mogu biti jaki i slabi, zavisno da li je oblak točaka dug i uzak (jaka veza) ili je kratak i širok (slaba veza). Ta veza može biti i krivolinijska (oblak točaka uzak i zakrivljen), a moguće je i da **veze uopće ni nema** (točke u oblaku raspršene bez ikakvog reda).

Za izradu dijagrama rasipanja predviđena je sljedeća procedura:

- a) Prikupiti parove podataka (x,y) iz dviju pridruženih skupina podataka, čiji će se odnos studirati. Poželjno je imati oko 30 parova podataka.
- b) Označiti x i y osi.
- c) Naći minimalne i maksimalne vrijednosti od x i od y, te ih iskoristiti za izradu mjerila za apscisu i ordinatu. Obe osi neka su približno iste dužine.
- d) Ucrtati parove (x,y). Kada dva para podataka imaju iste vrijednosti, nacrtati koncentričnu kružnicu oko već ucrtane točke, ili ucrtati drugu točku vrlo blizu prve.
- e) Ispitati oblik oblaka točaka kako bi se otkrio tip i jakost eventualne veze.

## LITERATURA

1. Norma ISO 9004-4/1993: "Guidelines for quality improvement"
2. Serdar, V.: "Udžbenik statistike", Školska knjiga, Zagreb 1975.
3. Bakija, I.: "Kontrola kvalitete", Tehnička knjiga, Zagreb 1978.
4. P.H. Haley and A. Sully: "SPC and Problem Solving Techniques Applied to Carbon Anode Production", Light Metals 1989, pp. 513-515